

Évaluation d'un dispositif d'enseignement-apprentissage en résolution de problèmes mathématiques : Évolution des comportements cognitifs, métacognitifs, motivationnels et émotionnels d'un résolveur novice et expert¹

Vanessa Hanin - vanessa.hanin@uclouvain.be

Catherine Van Nieuwenhoven - catherine.vannieuwenhoven@uclouvain.be

Département des sciences de l'éducation, Université catholique de Louvain, Belgique

Pour citer cet article : Hanina, V., & Van Nieuwenhoven, C. (2018). Évaluation d'un dispositif d'enseignement-apprentissage en résolution de problèmes mathématiques : Évolution des comportements cognitifs, métacognitifs, motivationnels et émotionnels d'un résolveur novice et expert. *Évaluer. Journal international de recherche en éducation et formation*, 4(1), 37-66.

Résumé

De nombreux chercheurs se sont penchés sur l'élaboration et l'évaluation de dispositifs d'enseignement-apprentissage en résolution de problèmes mathématiques. Cependant, ces études à visée interventionniste documentent essentiellement les changements d'ordre cognitif et métacognitif advenant entre le prétest et le posttest. Ce qui se passe tout au long de l'implémentation du dispositif n'est donc pas questionné. Or, une compréhension plus fine de ces changements permettrait de mieux saisir et de mieux répondre à l'hétérogénéité du public scolaire, notamment, par la conception de dispositifs plus ciblés. La présente étude s'inscrit dans cette perspective en évaluant les effets d'un dispositif d'enseignement-apprentissage au niveau des changements cognitifs, métacognitifs, motivationnels et émotionnels survenant chez un résolveur novice et un résolveur expert tout au long de son implémentation. Le dispositif promeut le développement de stratégies heuristiques et l'acquisition d'une démarche globale d'autorégulation. Une approche qualitative à visée explicative et, plus spécifiquement, l'étude de cas a été retenue. L'analyse croisée des traces écrites et des explications orales de Marie, résolveur novice, met en lumière une déconstruction progressive de stratégies et croyances inappropriées, le développement d'une analyse en profondeur du problème ainsi qu'une régulation pilotée essentiellement par des facteurs internes. Plus encore, on assiste à un renforcement et à une stabilisation de sa perception de compétence de même qu'à un basculement émotionnel complet. Luc, élève expert, développe une compréhension plus formelle de la résolution de problèmes et enrichit son répertoire de stratégies cognitives et métacognitives afin d'être plus efficace face aux problèmes plus complexes.

Mots-clés

Résolveurs expert et novice - dispositif d'enseignement-apprentissage - stratégies heuristiques - perception de compétence - émotions - étude de cas

¹ Cette recherche a bénéficié du soutien de l'Université catholique de Louvain, en Belgique, dans le cadre d'un mandat d'assistant de recherche et d'enseignement.

Abstract

Numerous researchers have looked at the development and evaluation of training-programs in mathematical problem-solving. However, these interventionist studies focus mainly on the cognitive and metacognitive changes between pretest and posttest. What happens throughout the training-program's implementation is not addressed. And yet, a finer understanding of this process would make it possible to better understand and better respond to the heterogeneity of the school audience, for instance, through the designing of more targeted training-programs. The present study fits in with this perspective by evaluating the effects of a training-program in terms of cognitive, metacognitive, motivational and emotional changes occurring in a novice and an expert problem-solver throughout its implementation. The training-program promotes the development of heuristic strategies and the acquisition of an overall self-regulatory approach. A qualitative approach, and more specifically, a case study has been retained. The cross-analysis of Marie's, a novice solver, verbal and written work, highlights a gradual deconstruction of inappropriate strategies and beliefs, the development of an in-depth analysis of the problem and a regulation driven mainly by internal factors. Even more, there is a reinforcement and stabilization of her perception of competence as well as a complete emotional shift. Luc, an expert solver, develops a more formal understanding of problem-solving and enriches his repertoire of cognitive and metacognitive strategies in order to be more effective in dealing with more complex problems.

Keywords

Novice and expert problem-solver - training-program - heuristic strategies - perception of competence – emotions - case study

1. Introduction et problématique

Depuis qu'elles ont vu le jour en Fédération Wallonie-Bruxelles, les épreuves externes non certificatives en mathématiques montrent, de façon relativement stable, qu'environ la moitié des élèves de cinquième primaire éprouvent de grandes difficultés en résolution de problèmes mathématiques (Administration générale de l'Enseignement et de la Recherche scientifique, 2009, 2015). Ce constat est appuyé par de nombreuses recherches qui ont mis en évidence des performances faibles en résolution de problèmes chez les élèves de cinquième et sixième primaire (Crahay & Detheux, 2005 ; Demonty & Fagnant, 2014 ; Marcoux, 2012 ; Montague, Enders, & Dietz, 2011 ; Ozsoy, & Ataman, 2009). Effectivement, si ces derniers sont capables d'appliquer les procédures à la demande, ils rencontrent davantage de difficultés à identifier et mobiliser les procédures adéquates pour résoudre un problème donné (Crahay & Detheux, 2005 ; Marcoux, 2012). En d'autres termes, quand bien même les procédures mathématiques seraient maîtrisées, ce sont les compétences relatives à la mise en place d'une démarche experte et réflexive de résolution de problèmes qui semblent manquer. Ajoutons à cela les recherches récentes qui pointent les difficultés rencontrées par les enseignants pour aider leurs élèves face aux tâches de résolution de problèmes (Demonty & Fagnant, 2014 ; Ginsburg, Cooke, Leinwand & Pollock, 2005). Les recherches menées sur les activités de résolution de problèmes proposées dans les manuels scolaires ont mis le doigt sur un autre nœud (Coppé & Houdement, 2002 ; Van Dooren, Verschaffel, Greer, & De Bock, 2006). Effectivement, ces dernières montrent que la compétence de résolution de problèmes y est bien souvent morcelée en micro-compétences traitées dans des activités distinctes, avec une attention accrue pour le tri et le traitement d'informations, comme si la résolution de problèmes se réduisait à cette seule action. Le régime appauvri et stéréotypé des problèmes proposés y est également pointé.

Ces différents constats ont conduit de nombreux chercheurs à se pencher sur la conception et l'évaluation de dispositifs d'enseignement-apprentissage ayant pour visée le développement d'une démarche experte et réflexive de résolution de problèmes (Blum & Leiß, 2007 ; De Corte, Verschaffel & Masui, 2004 ; Hanin & Van Nieuwenhoven, 2016 ; Mevarech & Amrany 2008 ; Perels, Gürtler & Schmitz, 2005). Si ces études quantitatives affichent des résultats prometteurs et répondent aux préoccupations soulevées plus haut, elles présentent plusieurs limites. Premièrement, comme le soulignent Tzohar-Rozen et Kramarski (2014), l'efficacité de ces dispositifs est évaluée principalement en termes cognitifs et métacognitifs, peu d'études prennent conjointement en compte les dimensions émotionnelles et motivationnelles qui ont pourtant été pointées comme jouant un rôle central, non seulement dans l'initiation du processus d'apprentissage mais également dans le maintien des efforts déployés tout au long de ce dernier (Bouffard & Vezeau, 2010 ; Op't Eynde, De Corte & Verschaffel, 2006 ; Pekrun, 2006). Deuxièmement, les données sont recueillies selon une procédure quantitative reposant sur une comparaison prétest-posttest. Par conséquent, s'il est possible de mettre à jour des différences significatives d'évolution entre les groupes contrôle et expérimental, les informations recueillies ne permettent pas de comprendre les changements advenus (comment ils se sont opérés, à quel moment de l'intervention ils se sont produits, etc.). En d'autres mots, les résultats ne nous informent pas sur ce qui s'est passé durant l'implémentation du dispositif. Une compréhension plus fine — en ce qu'elle s'intéresse à ce qui se passe durant l'intervention — et plus complète — en ce qu'elle porte à la fois sur les dimensions (méta)cognitives, motivationnelles et émotionnelles — des changements advenant suite à la mise en place

d'un dispositif d'enseignement-apprentissage en résolution de problèmes non routiniers² semble pourtant essentielle pour dégager des pistes didactiques susceptibles de soutenir plus efficacement et de façon plus personnalisée les apprentissages des élèves et, cela est d'autant plus important, à l'heure où l'hétérogénéité du public scolaire donne bien du fil à retordre aux enseignants (Lothaire, Dumay & Dupriez, 2012 ; Maroy & Cattonar, 2002). Effectivement, une telle approche permettrait d'affiner notre compréhension des comportements d'engagement versus de non engagement et de persévérance versus d'abandon observés durant les tâches de résolution de problèmes mathématiques – sont-ils dus à une perception de compétence fragile, à l'emprise d'émotions négatives qui détournent l'attention de l'apprenant de la tâche, à un répertoire de stratégies heuristiques trop pauvre ou à une combinaison de plusieurs de ces facteurs ? – et, par voie de conséquence, d'y réagir de façon plus appropriée. C'est dans cette perspective que s'inscrit la présente recherche. En vue d'apporter un éclairage différent et complémentaire aux approches classiques de type pré-post, cette recherche aborde la problématique de l'évaluation de l'efficacité des dispositifs de façon originale, au travers de deux analyses de cas visant, d'une part, à décrire l'évolution des comportements cognitifs, métacognitifs, émotionnels et motivationnels d'un résolveur novice³ et d'un résolveur expert, et, d'autre part, en tentant de comprendre ces changements. Précisons que notre choix d'explorer les comportements adoptés par un résolveur novice et un résolveur expert prend appui sur les travaux démontrant les spécificités de chaque profil (Muir, Beswick & Williamson, 2008 ; Pretz, Naples & Sternberg, 2003 ; Zimmerman & Campillo, 2003).

2. Cadre théorique

La présente partie débute par une brève description des dimensions cognitives et métacognitives impliquées dans la démarche de résolution de problèmes et se clôture par la mise en exergue du poids des variables motivationnelles et émotionnelles non seulement dans le choix de s'engager mais également de persévérer dans de telles tâches.

2.1. Dimensions cognitive et métacognitive de la résolution de problèmes

Actuellement, les chercheurs s'accordent pour dire que le développement d'une expertise en résolution de problèmes requiert de reconceptualiser les problèmes mathématiques comme des exercices de modélisation, dit autrement, de considérer l'énoncé d'un problème comme la description d'une situation de la vie quotidienne qui peut être modélisée mathématiquement (Blum & Niss, 1991 ; Verschaffel, Greer & De Corte, 2000). La modélisation mathématique est vue comme un processus cyclique complexe impliquant un certain nombre d'étapes (Blum & Niss, 1991 ; Fagnant, Demonty & Lejong, 2003 ; Verschaffel *et al.*, 2000). A l'heure actuelle, plusieurs processus de résolution cycliques sont utilisés pour décrire les étapes mises en œuvre par les élèves pour résoudre un problème verbal non routinier⁴ (Blum & Leiß, 2007; Galbraith & Stillman, 2006; Polya, 1957; Schoenfeld, 1992; Verschaffel *et al.*, 2000). Dans une étude précédente (Hanin & Van Nieuwenhoven, 2016a), nous proposons une intégration des principaux processus de résolution existants et des recommandations résultant d'études empiriques (Fuchs, Fuchs, Prentice, Burch, Hamlett, *et al.*, 2003; Fagnant & Demonty, 2005) au sein d'un processus de résolution cyclique unique (Figure 1). Notons que la majorité des étapes constituant ce

² Problème dont la solution n'apparaît pas d'emblée et dont la résolution ne repose pas sur l'application de la procédure qui vient d'être vue en classe (Elia, van den Heuvel-Panhuizen & Kolovou, 2009).

³ A l'instar de plusieurs chercheurs (Bassok, 2003 ; Brand, Reimer & Opwis, 2003), nous utilisons les termes "novice" et "expert" pour désigner les élèves avec de faibles ou bonnes compétences en résolution de problèmes non routiniers. En ce sens, notre conception d'élève "novice" et d'élève « expert » est relative (Novick, 1988).

processus de résolution sont des stratégies heuristiques, c'est-à-dire des stratégies de recherche pour l'analyse et la résolution de problèmes qui ne garantissent pas, mais augmentent significativement la probabilité de trouver une réponse correcte en ce qu'elles induisent une approche systématique de la tâche (De Corte & Verschaffel, 2005). Si la disposition linéaire constitue une chronologie pour l'enseignement du processus de résolution, des allers-retours entre les différentes stratégies heuristiques sont indispensables. De plus, le développement d'une démarche réfléchie de résolution de problèmes appelle à un usage flexible de ces dites stratégies. Ce processus de résolution constitue le socle du dispositif d'enseignement-apprentissage construit pour cette étude (voir point 3.2).

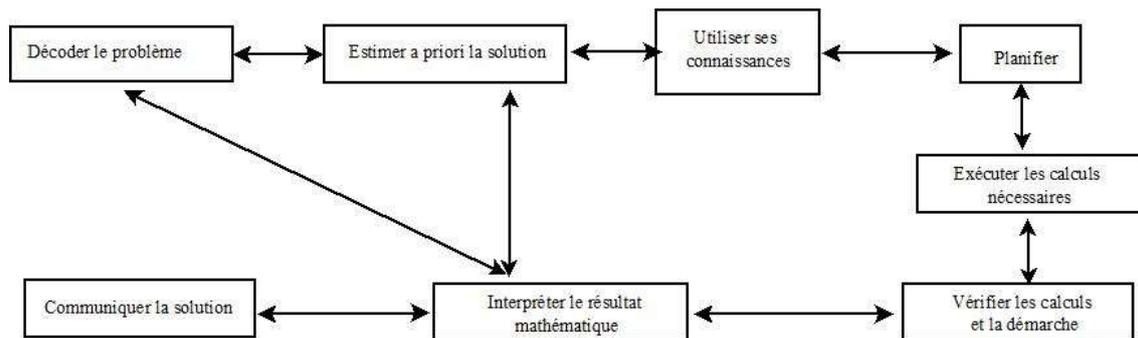


Figure 1. Modélisation du processus de résolution de problèmes verbaux non-routiniers

Cependant, disposer de connaissances disciplinaires et de stratégies heuristiques n'est pas suffisant, encore faut-il pouvoir les mobiliser de façon judicieuse et exercer un contrôle et une régulation réfléchis sur le(s) produit(s) de leur implémentation, dit autrement, autoréguler sa démarche de résolution (De Corte *et al.*, 2004 ; Mevarech & Amrany, 2008). Les stratégies de contrôle ont pour fonction de surveiller et d'évaluer le cours de l'action et ses résultats. Quatre types de contrôle ont été identifiés (Focant & Grégoire, 2008). Dans la présente contribution nous nous attardons sur deux d'entre eux : le contrôle des opérations et la vérification des résultats. Le contrôle des opérations consiste à vérifier, périodiquement, l'adéquation, d'une part, entre l'objectif du problème et notre intention et, d'autre part, entre notre intention et l'opération mathématique choisie (Focant & Grégoire, 2008). La vérification des résultats, pour sa part, consiste à vérifier la justesse des procédures entreprises (Focant & Grégoire, 2008) ainsi qu'à interroger la plausibilité du résultat mathématique obtenu, à la lumière des informations contextuelles présentes dans l'énoncé (Houdement, 2011, 2014). Mobilisée de façon concurrentielle, la stratégie de régulation ajuste les actions et l'attribution des ressources sur la base des informations récoltées par les stratégies de contrôle et ce, afin de maintenir une efficacité optimale (Focant & Grégoire, 2008).

2.2. Dimension motivo-émotionnelle de la résolution de problèmes

Parmi les différentes variables motivationnelles impliquées dans l'apprentissage, nous avons retenu celle dont l'influence sur les comportements (méta)cognitifs, motivationnels et émotionnels et sur les performances scolaires est la plus déterminante, à savoir, la perception de compétence (Bandura, 1997 ; Bouffard & Vezeau, 2010 ; Marcou & Philippou, 2005). Cette dernière désigne « une évaluation subjective par la personne de ses habiletés dans un domaine particulier et reflète sa croyance ou sa conviction d'avoir les ressources nécessaires pour mener à bien une activité » (Vaillancourt & Bouffard, 2009, p.151). Effectivement, la valence (positive vs. négative) de la perception de compétence de l'apprenant va déteindre, notamment, sur sa disposition à s'engager dans la tâche, à témoigner de l'intérêt pour cette dernière, à se fixer des buts ambitieux, à persister face à la difficulté, à redoubler d'effort quand la tâche l'exige, à utiliser des stratégies cognitives dites

« profondes » et à autoréguler sa démarche de résolution (Bouffard, Marcoux, Vezeau & Bordeleau, 2003 ; Bouffard & Vezeau, 2010 ; Marcou & Philippou, 2005). Complémentairement aux variables motivationnelles, les émotions jouent un rôle clé dans l'apprentissage et les performances en résolution de problèmes (Ahmed, Minnaert, van der Werf & Kuyper, 2013 ; Hanin & Van Nieuwenhoven, 2018; Pekrun, 2006). Plus précisément, il a été démontré que, globalement, à l'inverse des émotions positives, les émotions négatives détournent l'attention de l'apprenant de la tâche, diminuent sa motivation pour celle-ci et favorisent l'usage de stratégies rigides, un traitement superficiel de l'information de même que le recours à une régulation externe (Pekrun, 2006 ; Schutz & Pekrun, 2007).

3. Méthodologie

La présente recherche a pour objectif d'évaluer l'efficacité d'un dispositif d'enseignement-apprentissage en s'intéressant aux changements cognitifs, métacognitifs, motivationnels et émotionnels advenant tout au long de l'implémentation de ce dispositif. Afin d'être en mesure de saisir toute la complexité de ces changements, nous avons adopté une approche qualitative à visée explicative et, plus précisément, l'étude de cas (Baxter & Jack, 2008 ; Yin, 1994). Effectivement, cette approche permet d'accéder à une description et à une compréhension détaillées et contextualisées du cas qui nous préoccupe et de ses complexités. De plus, l'étude de cas est un format d'investigation qui se préoccupe, tout particulièrement, de changements et de processus de développement (Willig, 2013 ; Yin, 1994). Ce sont donc les changements de comportements qui constituent l'unité d'analyse retenue et non les individus eux-mêmes.

3.1. Sujets

L'intervention en résolution de problèmes mathématiques, dont il est question dans la présente étude, a été implémentée dans une classe de cinquième primaire située en Belgique francophone. Le choix des deux élèves retenus pour l'étude de cas repose sur deux critères. Premièrement, à l'instar des chercheurs qui se sont penchés sur les comportements adoptés par les élèves lors des tâches de résolution de problèmes, nous avons distingué les élèves présentant un profil « novice » de ceux présentant un profil « expert ». L'identification de ces profils repose sur le croisement de l'évaluation globale de l'enseignant avec les performances de l'élève à un test de résolution de problèmes non routiniers conçu par nos soins (prétest). Deuxièmement, parmi les élèves présentant un profil de résolveur « novice » et « expert », notre choix s'est porté sur deux élèves, Marie et Luc, qui n'ont pas de difficulté à s'exprimer, n'hésitent pas à dire ce qu'ils pensent et qui se sont portés volontaires pour notre étude.

3.2. Dispositif d'enseignement-apprentissage

Le dispositif d'enseignement-apprentissage, objet de l'évaluation, s'étale sur sept semaines (à raison de deux à quatre heures de travail par semaine) et repose sur deux piliers majeurs. D'une part, il s'ancre dans les travaux de Veenman, Van Hout-Wolters et Afflerbach (2006) qui soulignent l'importance de, non seulement, expliciter en quoi consiste chacune des stratégies heuristiques reprises à la Figure 1, mais également leur utilité, à quel(s) moment(s) dans la démarche de résolution il est pertinent de les convoquer et la manière de les mettre en œuvre. D'autre part, ce dispositif prend appui sur les travaux d'Allal et Mottier Lopez relatifs aux régulations interactives et à la co-régulation (Allal, 2007 ; Mottier Lopez, 2012). A ce sujet, le dispositif comprend diverses modalités d'interactions, sources de régulations potentielles telles que des interactions entre élèves, des interactions entre l'enseignant et les élèves ainsi que des interactions entre l'apprenant et divers outils mis à sa disposition. Précisons que l'analyse du rôle des régulations interactives entre pairs dans le

développement d'une démarche experte et réflexive de résolution de problèmes a été développé dans une autre étude (Hanin & Van Nieuwenhoven, soumis). La méthodologie utilisée pour chaque problème est présentée au tableau 1.

Tableau 1. Description de la méthodologie utilisée pour chaque problème

| Problème | Méthodologie adoptée |
|------------------|---|
| Problème 1 | <ul style="list-style-type: none"> - Résolution individuelle - Mise en commun des démarches individuelles en petits groupes (3-4 élèves) et élaboration d'une démarche de résolution et d'une solution communes - Exploitation des productions de groupe par l'enseignant en interaction avec les élèves avec pour objectif de faire ressortir les heuristiques caractéristiques d'une démarche experte de résolution - Étayage, par l'enseignante, de ces heuristiques en précisant en quoi elles consistent, quand il est opportun de les utiliser, leur utilité et comment il faut procéder pour les mettre en œuvre - Distribution à chaque élève d'un carnet de synthèse des heuristiques |
| Problèmes 2 et 4 | <ul style="list-style-type: none"> - Résolution individuelle à l'aide du carnet de synthèse - Évaluation individuelle de sa propre démarche de résolution à l'aide d'une grille d'évaluation - Évaluation dyadique croisée sur la base de la même grille d'évaluation, discussion autour de la double évaluation (auto et co-évaluation) de chaque production et révisions conjointes - Correction collective |
| Problèmes 3 et 6 | <ul style="list-style-type: none"> - Résolution individuelle à l'aide du carnet de synthèse - Évaluation individuelle de sa propre démarche de résolution à l'aide d'une grille d'évaluation - Correction collective |
| Problème 5 | <ul style="list-style-type: none"> - Résolution individuelle à l'aide du carnet de synthèse - Mise en commun des démarches individuelles en petits groupes (3-4 élèves) et élaboration d'une démarche de résolution et d'une solution communes - Évaluation de la production par le groupe à l'aide de la grille d'évaluation - Évaluation de la production du groupe par l'enseignante à l'aide de la même grille d'évaluation |

3.3. Collecte des données

L'évaluation du dispositif d'enseignement-apprentissage en termes de changements cognitifs, métacognitifs, motivationnels et émotionnels advenus tout au long de son implémentation repose sur la triangulation de données issues de sources variées, récoltées à différents moments. Tout d'abord, afin d'être en mesure de décrire ces changements, les deux apprenants, choisis pour l'étude de cas, ont été amenés à résoudre quatre problèmes avant l'implémentation du dispositif (prétest), juste après son implémentation (posttest) et six semaines après la fin du dispositif (test de rétention). Précisons que, si, au sein de

chaque test (pré, post, rétention), les problèmes proposés font appel à des objets mathématiques différents (proportionnalité, partages inégaux, logique, traitement de données), les objets mathématiques ont été conservés d'un test à l'autre. Ensuite, afin de comprendre plus finement ces changements, les deux participants ont été invités à répondre librement, en dehors de la classe, dans un dictaphone, à une série de questions (voir annexe 1) et ce, à trois moments clés, i.e., avant de se lancer dans la résolution du problème mais après avoir pris connaissance de celui-ci ; au milieu de la résolution du problème et après avoir résolu le problème (mais avant sa correction) (Colognesi & Van Nieuwenhoven, 2016). Finalement, afin de décrire l'évolution du rapport émotionnel de chaque participant vis-à-vis de la résolution de problèmes mathématiques, un questionnaire sous la forme d'illustrations leur a été proposé après chaque problème. Ces illustrations couvrent les émotions positives (plaisir, fierté, soulagement) et négatives (ennui, peur, colère, désespoir, honte, inquiétude, nervosité, frustration) les plus fréquemment ressenties en mathématiques (Frenzel, Pekrun & Goetz, 2007 ; Op't Eynde, De Corte & Mercken, 2004). Il était demandé à chaque apprenant d'indiquer la fréquence à laquelle il éprouve chacune de ces émotions à l'aide d'une échelle de Likert en 5 points (1= *jamais* à 5 = *toujours*).

3.4. Méthode d'analyse des données

Les données d'enregistrement ont été retranscrites sous forme de verbatim (Fereday & Muir-Cochrane, 2006 ; Zhou, 2014). L'identification des codes et thèmes s'est faite en utilisant une combinaison d'approches inductive et déductive et ce, afin de mettre en exergue les liens dynamiques entre la théorie et les données. Par ailleurs, la procédure de codage a suivi un processus itératif (Urdan, Solek & Schoenfelder, 2007). Concrètement, un premier extrait de données est lu plusieurs fois et une première proposition de codage est réalisée. Ensuite, sur la base des composantes cognitives (stratégies heuristiques enseignées), métacognitives (contrôle des opérations, vérification des résultats), motivationnelles (sentiment de compétence) et émotionnelles (émotions positives et négatives), recensées dans la littérature comme caractéristiques d'une démarche experte et réflexive de résolution de problèmes et sur la base des premiers thèmes qui ont émergé, un nouvel extrait de données est codé. Ces deux premiers codages sont ensuite comparés, ce qui donne lieu à une spécification et à un affinement des thèmes et codes existants. Par la suite, de nouvelles données sont codées sur la base des thèmes et codes ainsi ajustés. Le système de codage initial s'amplifie donc progressivement au fur et à mesure que de nouvelles données sont analysées. Finalement, les données présentant un même codage sont rassemblées et la cohérence entre celles-ci est vérifiée (Braun & Clarke, 2006).

4. Résultats

Afin d'apporter des éléments de réponse à la question qui nous occupe ici, à savoir, l'évaluation d'un dispositif d'enseignement-apprentissage en termes de changements cognitifs, métacognitifs, émotionnels et motivationnels survenant chez un résolveur novice et un résolveur expert, deux analyses complémentaires ont été menées. D'une part, les productions écrites du prétest, posttest et du test de rétention ont été comparées et ce, tant pour le résolveur expert que pour le novice. Les changements observés ont ensuite été étayés par l'analyse des explications orales, fournies par les deux apprenants tout au long de l'intervention.

4.1. Comparaison des productions écrites du prétest, posttest et du test de rétention

Le prétest de Luc (dont la démarche de résolution face à un des problèmes est illustrée à la figure 2) montre que ce dernier dispose, préalablement à l'intervention, d'un répertoire de stratégies heuristiques adapté à la résolution de problèmes non routiniers dont il fait usage de façon réfléchie et adaptée. A ce propos, il rapporte tant les informations numériques que contextuelles clés et les met en relation au travers de l'expression « à qui on doit les partager », témoignant ainsi d'une compréhension approfondie du problème. Cette dernière est également illustrée par une analyse du problème en termes de structure mathématique (« partager »). De plus, le résultat mathématique est interprété à la lumière des données contextuelles du problème. Finalement, la réponse au problème est communiquée. Ces observations rejoignent les constats d'études antérieures (Muir *et al.*, 2008 ; Pretz *et al.*, 2003 ; Zimmerman & Campillo, 2003).

| |
|--|
| <p>Pour fêter la naissance de ma sœur, mes parents ont organisé un goûter avec toute la famille. Ils avaient commandé 170 ballons à gonfler pour décorer le jardin. Après la fête, ils ont réparti les ballons entre les 8 cousin(e)s. Combien chacun a-t-il reçu de ballons ?</p> |
| <p>170 = nombre de ballon 8 = nombre de person à qui on doit les partager $170 : 8 = 21$ r. 2 ballons <u>Chacun a reçu 21 ballon et il est resté 2 ballons</u></p> |

Figure 2. Illustration d'une des quatre productions de Luc (expert) au prétest

Comme le montre la figure 3, la démarche de résolution adoptée par Luc a évolué entre le prétest et le posttest. Dit autrement, son répertoire de stratégies heuristiques s'est enrichi. En effet, si, conformément au prétest, Luc a réalisé une analyse approfondie du problème (non seulement il rapporte les informations importantes mais il les met également en relation), une lecture en termes de structure mathématique, une interprétation réaliste du résultat mathématique et une phrase-réponse, il a également mobilisé de nouvelles stratégies heuristiques. Ainsi, il a estimé l'ordre de grandeur du résultat et a projeté mentalement les actions à mener pour solutionner le problème avant leur implémentation. Cependant, aucune trace de comparaison de l'estimation avec la réponse obtenue ni de vérification n'est apparente.

Monsieur Dupont voit un sac de billes en promotion dans un magasin. Il décide de faire une surprise à ses petits-enfants et achète un sachet qui contient 210 billes. Il les partage entre ses 8 petits-enfants. Combien chacun a-t-il reçu de billes ?

Je décide
 Il a 8 petits enfants, Combien chacun a-t-il reçu?
 Il y a 210 billes
 estimation: 25

| Mes étapes | Mes calculs |
|--|----------------------|
| 1. Je cherche un multiple de 8 proche de 200 | $8 \times 25 = 200$ |
| 2. Je soustraie 200 à 210 | $210 - 200 = 10$ |
| 3. Je partage le reste | $10 : 8 = 1$ reste 2 |
| Je communique | |
| Chacun a reçu 26 billes | |

Figure 3. Illustration d'une des quatre productions de Luc (expert) au posttest

Comme illustré par la figure 4, six semaines après la fin de l'intervention, non seulement, les stratégies heuristiques implémentées au posttest sont à nouveau convoquées mais des traces de vérification de la justesse des calculs effectués sont également présentes. Luc semble donc avoir intégré les stratégies enseignées dans son répertoire initial et se les être appropriées.

Pendant les vacances de Pâques, Emma fête ses 10 ans avec ses amis. Avant de se quitter, elle donne à chacun de ses 8 amis un sachet avec des œufs en chocolat. Le paquet acheté par Emma contient 180 œufs. Combien chacun de ses amis a-t-il reçu d'œufs ?

Je décode
 1 1 1 1 1 1 1 1
 Combien chacun de ses amis a-t-il reçu d'œufs?
 180 œufs

Je estime
 œufs
 $180 \div 8 = 20$ œufs

Mon plan de résolution Mes calculs
 Je divise le nombre d'œufs par le nombre d'amis
 $180 \text{ œufs} \div 8 = 22 \text{ œufs et } \frac{1}{2} \text{ œuf}$

Je retire les 4 œufs en plus
 $180 \text{ œufs} - 4 = 176$

Je vérifie
 $22,5 \times 8 = 180$

Je communique
 Chacun recevra 22 œufs et $\frac{1}{2}$ œuf.

Figure 4. Illustration d'une des quatre productions de Luc (expert) au test de rétention

Qu'en est-il de Marie, élève novice ?

Un premier constat qui se dégage de l'analyse du prétest de Marie (Figure 5) est l'absence de trace d'une analyse approfondie de la situation. Effectivement, conformément aux travaux menés par Gamo, Taabane et Sander (2011) et Sander, Levrat, Brissiaud, Porcheron et Richard (2003), il semblerait que Marie ait prélevé les données numériques et les ait retranscrites selon leur ordre d'apparition dans l'énoncé et se soit ensuite basée sur des indices sémantiques, dans ce cas-ci le terme « réparti », pour inférer l'opération à réaliser. Cette stratégie, qualifiée de superficielle, qui consiste à traiter les tâches de résolution de problèmes comme des activités se limitant à « deviner » l'opération à effectuer avec les données numériques présentes dans l'énoncé, sans se préoccuper des données contextuelles, est typiquement utilisée par les résolveurs « novices » (Breslow, 2001; Muir *et al.*, 2008).

Un second constat, relatif aux stratégies heuristiques, montre que ces dernières sont très peu convoquées par Marie. Seule la communication de la solution semble avoir été mobilisée. Rien d'étonnant à cela quand on sait que la communication de la solution de même que la transcription des calculs effectués sont chaudement recommandées par les manuels scolaires et les épreuves externes certificatives (Ministère de la Fédération Wallonie-Bruxelles, 2016). Ce constat est renforcé par les résultats d'une étude quasi-expérimentale qui montre que ces deux stratégies cognitives sont les seules à être utilisées relativement fréquemment par les élèves avant toute intervention (Hanin & Van Nieuwenhoven, 2016a). Finalement, le fait de proposer une réponse irréaliste caractérise également les élèves novices. En effet, ces derniers ont développé la ferme croyance que la réalité de la classe de mathématique n'est pas la même que celle de la vie de tous les jours (Lester, Garofalo & Kroll, 1989 ; McLeod, 1992 ; Schoenfeld, 1988, 1992 ; Verschaffel *et al.*, 2000).

| |
|--|
| <p>Pour fêter la naissance de ma sœur, mes parents ont organisé un goûter avec toute la famille. Ils avaient commandé 170 ballons à gonfler pour décorer le jardin. Après la fête, ils ont réparti les ballons entre les 8 cousin(e)s. Combien chacun a-t-il reçu de ballons ?</p> |
| <p style="text-align: center;"> $170 : 8 = 21,25$ chacun aura reçu 21,25 ballons. </p> |

Figure 5. Illustration d'une des quatre productions de Marie (novice) au prétest

La figure 6 témoigne de la progression de Marie au niveau de la démarche de résolution empruntée. Premièrement, plusieurs indices tels que la mise en fluo des informations importantes et la construction d'un modèle de situation – schématisation des informations tant numériques que contextuelles clés et mise en relation de ces dernières – témoignent d'une analyse approfondie de la situation. Ensuite, bien qu'assez imprécise et non comparée au résultat obtenu, une estimation de l'ordre de grandeur du résultat a été effectuée. En outre, le problème a été analysé en termes de structure mathématique et non de traits superficiels, comme en témoigne l'identification du type de problème et de l'opération mathématique à utiliser. De plus, Marie vérifie l'adéquation entre ce qu'elle a trouvé et ce qui lui était demandé dans le problème. Cependant, la plausibilité du résultat mathématique obtenu n'est toujours pas questionnée.

Monsieur Dupont voit un sac de billes en promotion dans un magasin. Il décide de faire une surprise à ses petits-enfants et achète un sachet qui contient 210 billes. Il les partage entre ses 8 petits-enfants. Combien chacun a-t-il reçu de billes ?

Je décide

210 billes → 8 enfant ⇒ ~~26,25~~

j'estime.

chaque enfant en aura un
peut-être 201

j'utilise mes connaissances

- il s'agit d'un défi de partage.
je l'ai déjà fait mais je sais
plus s'était ce que
il faudra divisé

je fais un plan

je vais devoir diviser 210 par
8.

je sais les calculs nécessaires

210 billes : 8 enfant (210 : 8)

210 : 8 = 26,25

je vérifie

j'ai trouvé combien chaque
enfant allait avoir de billes.

je communique

chaque enfant aura 26,25 billes.

Figure 6. Illustration d'une des quatre productions de Marie (novice) au posttest

Lors du test de rétention (figure 7), la mise en évidence, dans l'énoncé, des données importantes indique que Marie a débuté par une analyse de la situation. Bien qu'elle se lance ensuite directement dans le calcul, les traces écrites qui suivent – le choix de l'opération et la formulation écrite de cette dernière – suggèrent une compréhension du problème en termes de structure mathématique et, par là, une analyse approfondie de la situation. Notons la difficulté qu'a Marie à nommer la structure utilisée ici. A propos de l'estimation, le fait qu'elle fasse suite au calcul nous laisse penser qu'elle a été déduite de ce dernier et, en cela, ne peut vraisemblablement pas être considérée comme telle. Comme c'était le cas au posttest, Marie vérifie la congruence entre sa démarche et ce qui lui est demandé dans le problème. Par contre, aucune trace de vérification des calculs n'est visible. Finalement, elle communique une solution dont la plausibilité réaliste a, cette fois, été questionnée.

Pendant les vacances de Pâques, Emma fête ses 10 ans avec ses amis. Avant de se quitter, elle donne à chacun de ses 8 amis un sachet avec des œufs en chocolat. Le paquet acheté par Emma contient 180 œufs. Combien chacun de ses amis a-t-il reçu d'œufs ?

Je décode .
 $8 \cdot 180 =$
 $180 : 8 = 22,5$

j'explique
 un peu près 22 œufs par sachet

Je fais un plan.

$\boxed{180 \text{ œufs}} : \boxed{8 \text{ pers.}} = \boxed{22,5 \text{ œufs}} \rightarrow 22$

? je ne sais pas comment ça s'appelle ?
 • je vais diviser 180 œuf par 8 personnes (sachet)

Je vérifie ~~mon raisonnement~~ calcule
 → j'ai fait ce bon calcul.
 → ma phrase a du sens.

Je communique (avant, je vérifie).
 chaque enfant aura 22,5 œuf
 → donc 22 im peu près.
 Mais il en restera.

Figure 7. Illustration d'une des quatre productions de Marie (novice) au test de rétention

4.2. Analyse des *verbatim*

Dans cette seconde partie, une compréhension plus fine des changements advenus entre le prétest et les deux tests subséquents est proposée à la lumière des explications orales formulées par les deux apprenants. L'analyse est construite autour de quatre grandes dimensions que sont : les stratégies heuristiques enseignées et, en particulier, le décodage ; les conduites d'autorégulation cognitive ; la perception de compétence et les émotions.

4.2.1. Luc, résolveur « expert »

Premièrement, au niveau du décodage, dès le premier problème⁵ du dispositif d'enseignement-apprentissage, l'explication fournie par Luc témoigne d'une compréhension approfondie du problème.

J'ai écrit combien ils avaient de billes au départ et après j'ai vu que Frédéric gagnait 5 billes à la première partie alors, donc j'ai fait pour Rachid 20 billes moins 5 billes ça fait 15 billes. Et Frédéric il avait 13 billes donc plus 5 ça fait 18. Et à la deuxième partie j'ai vu qu'il perdait 10 points, que Rachid perdait 10 billes donc j'ai fait 15 moins 10 ça faisait 5 et 18 billes plus 10 pour Frédéric ça faisait 28. Et la troisième partie et j'ai vu que Rachid en avait 20 à la fin et qu'au départ il en avait 5 alors 5 plus 15 évidemment ça fait 20. Donc j'avais même pas besoin de faire Frédéric.

Luc retrace les trois parties de jeu et, pour chacune d'elles, les informations numériques et contextuelles clés sont mentionnées et mises en relation. Effectivement, une information concernant l'un des deux garçons est traitée comme ayant un impact sur le nombre de billes des deux garçons. On peut faire le même constat pour les problèmes suivants. Ainsi, à propos du problème 3, Luc rapporte :

J'ai compris qu'il y en a un qui va prendre un bonbon mais que l'autre en prend plus [Information 1] et au final qu'il y en a un qui en aura 5 de plus que l'autre [Information 2]. Et il faut savoir le nombre de bonbons qu'il y a dans le sachet [Information 3].

À nouveau, toutes les informations nécessaires à la résolution du problème sont évoquées. Un constat similaire peut être fait lorsque le problème comprend un nombre plus important d'informations, comme le problème 5 :

« J'ai compris que Nicolas part en camp scout pendant 7 jours [Information 1] et que sa mère a peur qu'il manque de vitamines, alors elle lui donne des sachets d'un certain nombre de grammes [Information 2 et 4b]. On doit savoir combien de sachet(s) de vitamines il devra emporter avec lui [Information 6] sachant que le premier jour il jeûne chez lui et le dernier il soupera à la maison [Information 5], c'est tous les matins et tous les soirs qu'il doit prendre une tasse [Information 3] ».

Comme le souligne Luc, décoder le problème est une « *habitude* ».

Deuxièmement, si Luc possédait préalablement à l'intervention un répertoire de stratégies heuristiques pour la résolution de problèmes, il l'a enrichi avec plusieurs des stratégies enseignées. Effectivement, avant de se lancer dans le problème 3, il annonce qu'il va estimer l'ordre de grandeur du résultat. Au problème 4, il explique comment il a procédé : « *J'ai estimé en disant qu'Aurélie avait deux fois moins d'argent que Céline et Céline à deux euros de plus que Béatrice et donc Céline a plus d'argent et Aurélie en a moins* ».

A ce propos, précisons que son utilisation de la stratégie d'estimation n'est pas instrumentale mais réfléchie, comme en témoignent les propos suivants : « *je verrai si ma solution est en accord avec mon estimation* ». De plus, bien que capable d'identifier la structure

⁵ Les énoncés des problèmes proposés dans le dispositif sont disponibles en annexe 2.

mathématique d'un problème préalablement à l'intervention, comme l'illustrent sa production du prétest et son explication du premier problème de l'intervention, le dispositif lui permet de se questionner plus explicitement sur cet aspect. Ainsi, au problème 4, il dit « *Je me suis dit que c'était un problème de partage* » ; au problème 5, il explique « *pour moi, il n'y avait rien qui était nouveau parce que j'ai déjà eu ce type de problème vendredi passé* ». Par contre, la projection des actions à mener semble être une stratégie plutôt difficile pour Luc. Ainsi, au problème 4, quand il explique comment il compte poursuivre la résolution du problème, il explique « *pour le plan de résolution je sais pas encore très bien ce que je vais faire, puis pour les calculs, je vais d'abord diviser 18 par 3 pour que ça fasse 6 et alors je verrai ce que je vais faire après* ». Par ses termes, il semble ne pas être au clair sur ce que recouvre la stratégie de planification ; diviser 18 par 3, est en soi la première action à mener. Cependant, s'il arrive à projeter mentalement la première action à mener, il en reste là. Par contre, au problème 6, qui, volontairement⁶ était plus accessible que les précédents, Luc parvient à projeter l'ensemble des actions à entreprendre :

Je vais d'abord regarder toutes les quantités qu'elle a mises pour le gâteau de six personnes et après je vais regarder toutes les quantités qu'elle a mises pour le gâteau pour les autres élèves et alors j'ai déjà vu qu'il y avait un élément qui n'était pas pour le même nombre d'élèves et alors je me suis dit que c'était celui-là ».

Finalement, si, au début de l'intervention, Luc s'appuie sur son niveau de compétences en mathématiques pour justifier la justesse de sa réponse : « *oui, je suis satisfait de mon travail parce que je suis sûr que c'est bon* » [...] *Je suis fort en math* », sa conception de ce qui fonde la justesse de sa réponse évolue. En effet, les propos qu'il tient vers la fin du dispositif montrent qu'il perçoit l'utilité de la stratégie de vérification : « *J'ai quand même bien vérifié pour être sûr qu'il n'y en avait pas d'autre [...] Je vais faire « je vérifie » pour être sûr que je ne me suis pas trompé* ».

Troisièmement, plusieurs indices suggèrent que Luc contrôle et régule sa démarche de résolution de problèmes. Ainsi, dès le problème 1, il explique « *Non, j'ai rien barré car pour moi c'était bon* ». Son explication semble indiquer l'application d'une stratégie de contrôle. Cette hypothèse est confortée par les propos qu'il tient au problème 4, « *à un moment donné, je me suis rendu compte que je m'étais gouré qu'Aurélien n'avait pas 2 euros de moins que Céline mais qu'elle avait 2 fois moins alors j'ai refait mes calculs* », de même qu'au problème 6 où il fait preuve d'une utilisation flexible des stratégies heuristiques en soulignant « *ben pour celui-ci, comme il était facile, j'ai pas besoin de faire les étapes* ». Par ailleurs, en jugeant le niveau de difficulté des problèmes qui lui sont proposés, Luc montre qu'il dispose de connaissances métacognitives (Flavell, 1979) : « *j'ai compris que c'est un problème pas très facile* » ; « *Il était beaucoup plus facile que celui de la semaine passée, je trouve* ».

Finalement, quand on interroge Luc sur la perception qu'il a de sa capacité à résoudre avec succès un problème, sans surprise, il répond assez positivement. Ainsi, avant de se lancer dans les problèmes 3 et 5, il nous confie, respectivement, « *je ne pense pas rencontrer de difficultés car je suis fort en problèmes* » et « *ben ça va aller parce que je suis assez fort en calcul mental et en calcul écrit, je suis fort dans tout math* ». Un constat semblable peut être fait au niveau de son ressenti émotionnel lors de la résolution de problèmes mathématiques. Effectivement, si avant le dispositif il mentionne ressentir tout le temps du plaisir et très souvent du soulagement, le plaisir reste ensuite la seule émotion ressentie tout au long de l'intervention et ce, y compris, lors du posttest et du test de rétention.

⁶ Afin d'être en mesure de voir ce que les élèves se sont réellement approprié durant le dispositif d'enseignement-apprentissage et ce qu'ils sont capables de transférer, nous leur avons proposé un problème de proportionnalité avec lequel ils sont plus familiers.

4.2.2. Marie, résolveur « novice »

Tout d'abord, l'explication fournie par Marie à la suite du premier problème de l'intervention est incomplète et imprécise : « Ben j'ai d'abord mis sur ma feuille comment ... enfin ... partie 1 Frédéric gagne 5 billes puis j'ai mis le reste et après j'ai mis comment ça s'est passé lors de la partie de l'après-midi ils ont joué un par un et après j'ai mis combien en tout ils ont gagné, et j'ai trouvé qu'ils ont gagné 15 billes ». Marie évoque directement l'information numérique associée à la première partie et donne le nombre de billes gagné à l'issue des trois parties. Ici, sans l'énoncé sous les yeux, il est difficile de comprendre le problème et ce, car les informations contextuelles et numériques clés sont absentes. L'incapacité de Marie à faire part de ces informations met en évidence une lecture superficielle du problème. Cependant, cette analyse superficielle du problème fait place, dès le deuxième problème, à une lecture plus approfondie, en témoignent les propos tenus par Marie : « J'ai compris qu'à chaque fois la dernière personne, c'est Sarah, elle aura à chaque fois un bonbon de plus que Mathieu [Information 1], et il faut savoir combien il y a de bonbons dans le paquet [Information 3] ». Plusieurs indices montrent que Marie a véritablement perçu l'importance de passer par une phase de décodage du problème : « J'ai fait l'espèce de tableau pour décoder » (problème 2) ; « Je vais essayer de relire plusieurs fois et après je vais souligner » (problème 3) ; « Je vais déjà souligner les informations importantes, puis je vais mettre dans un tableau, pour je decode, je vais mettre toutes les quantités pour les 6 personnes d'un côté et puis à côté les quantités pour la classe » (problème 5).

Ensuite, le discours de Marie laisse penser qu'elle s'est approprié plusieurs des stratégies heuristiques enseignées. A ce propos, Marie propose une estimation dès le problème 4 : « moi ce que j'ai mis elles n'auront pas la même chose toutes les 3 parce qu'Aurélie elle en a 6, Béatrice elle en a -2 et Céline elle en a plus 2 ». Si Marie semble avoir compris ce que signifie « estimer », l'estimation est cependant trop imprécise pour servir d'outil de vérification de la solution trouvée. C'est également à partir du problème 4 qu'elle évoque la structure mathématique du problème : « Il s'agit d'un problème de partage puisqu'on partage Béatrice -2, Céline -2 et tout ». Sa justification montre qu'elle a compris comment identifier la structure mathématique d'un problème. Ce constat est appuyé par les propos qu'elle tient au problème 6 : « j'ai compris que déjà il fallait faire fois parce qu'au début on parle de 6 personnes et après de toute la classe ». La projection des actions à mener semble, par contre, plus ardue. Ainsi, au problème 4, elle nous dit : « je fais un plan de résolution, ben là j'étais en train de le faire, donc je sais pas encore ». Par contre, lorsqu'il s'agit d'un problème plus familier, comme le problème 6, Marie parvient à projeter les actions à mener pour solutionner le problème : « Par exemple, je vais d'abord faire la colonne avec 200g de farine et à côté la colonne avec 600g pour comparer et après je vais regarder qu'est-ce qui est pas logique pour trouver. » Par ailleurs, notons que les stratégies de vérification, d'interprétation et de communication n'ont pas été explicitement mentionnées par Marie. Cependant, une phrase comme « je vais faire les autres étapes après », nous laisse penser que certaines de ces stratégies heuristiques ont bel et bien été mobilisées.

Ensuite, Marie dit à plusieurs reprises s'appuyer sur le correctif du problème précédent : « Puisqu'on a le correctif du problème 2 je vais essayer de pas faire comme le problème 2 puisque c'est un autre problème, mais de la même façon ». Ses propos montrent qu'il n'y a pas instrumentalisation mais utilisation réfléchie du correctif. A ce propos, bien que la source de régulation, c'est-à-dire le correctif du problème précédent, soit externe, le choix délibéré de Marie de s'appuyer sur ce correctif constitue une prémisse d'une conduite d'autorégulation. L'évolution de Marie entre le problème 1 et le problème 3 soutient cette analyse. Effectivement, au problème 1, Marie nous dit « ben moi j'ai rien barré mais je crois pas que je devais barrer », ce qui semblerait sous-entendre qu'elle n'a pas contrôlé sa démarche de résolution. Au problème 3, elle mentionne « je vais essayer de me concentrer, d'essayer de ne pas regarder partout autour de moi, si il y a un truc que je comprends pas, je vais relire plusieurs fois ». En parlant de se concentrer et de ne pas faire attention à ce qui se passe dans l'environnement

de classe, Marie évoque l'usage d'une stratégie de régulation motivationnelle (désignée sous le terme de « environmental structuring » par Wolters, 2003) qui consiste à se prémunir contre toute distraction potentielle. Cependant, pour surmonter les difficultés auxquelles elle pourrait être confrontée, Marie ajoute qu'elle va relire plusieurs fois le problème, autrement dit, prendre le temps d'identifier et de s'appropriier l'objectif du problème, stratégie d'autorégulation cognitive mieux connue sous le terme de « détermination du but » (Focant & Grégoire, 2008 ; Zimmerman, 2011).

En outre, en concordance avec les travaux ayant montré que les performances antérieures constituent la source la plus déterminante de la perception de compétence en mathématiques (Lent, Lopez & Bieschke, 1991 ; Usher & Pajares, 2009), Marie présente une perception de compétence fragile. Ainsi, au problème 1, elle rapporte : « *je suis un peu bof satisfaite parce que je savais pas s'il fallait additionner les 20 billes, les 13 billes* ». Avant de débiter le deuxième problème, Marie nous confie spontanément : « *je n'ai pas de force⁷, j'arrive pas bien à faire les problèmes et tout ça* ». Cependant, à l'issue de ce dernier, elle nous dit « *je suis un peu plus satisfaite de moi qu'avant* ». Ainsi, bien que ses expériences antérieures d'échecs colorent sa perception de compétence pour les tâches futures, elles ne la déterminent pas. A ce propos, au problème 4, Marie nous dit, d'une part, « *j'ai peur que j'ai beaucoup de fautes, enfin, que je ne réussis pas ou quoi* » et, d'autre part, « *je vais essayer de pas me décourager, je vais essayer de me concentrer* ». Finalement, les expériences de succès vécues tout au long du dispositif de même que l'enseignement d'une démarche de résolution de problèmes semblent avoir contribué à une amélioration de sa perception de compétence, en témoignent les propos tenus par Marie lors du dernier problème : « *je trouvais qu'il était quand même facile ce serait un peu bête de rater* ». Son ressenti émotionnel évolue de façon similaire (tableau 2). Effectivement, si au début de l'intervention, Marie ressent exclusivement des émotions négatives, ces dernières disparaissent progressivement pour être remplacées, à la fin de l'intervention par des émotions positives. Ces résultats font écho aux recherches ayant mis à jour l'existence d'un lien bidirectionnel étroit entre émotions et motivation (Hanin & Van Nieuwenhoven, 2016b; Kim & Hodges, 2012 ; Pekrun, 2006).

Tableau 2. Évolution des émotions les plus fréquemment ressenties par Marie tout au long de l'intervention

| | Désespoir | Ennui | Nervosité | Peur | Inquiétude | Colère | Soulagement | Fierté | Plaisir |
|----|-----------|-------|-----------|------|------------|--------|-------------|--------|---------|
| P1 | X | X | X | X | X | | | | |
| P2 | | | X | | X | X | | | |
| P3 | | | | | | | | | |
| P4 | | | | | | | | | |
| P5 | | | | | | | | | X |
| P6 | | | | | | | X | X | X |

Note. P1 = après la résolution du problème 1 ; P2 = après la résolution du problème 2 ; P3 = après la résolution du problème 3 ; P4 : après la résolution du problème 4 ; P5 : après la résolution du problème 5 ; P6 : après la résolution du problème 6.

⁷ À comprendre comme « points forts ».

5. Discussion

La présente étude s'est donné pour objectif d'apporter un éclairage différent et complémentaire sur la problématique de l'évaluation de l'efficacité des dispositifs d'enseignement-apprentissage en résolution de problèmes mathématiques. Cette problématique est classiquement abordée via des comparaisons pré-post. Nous proposons ici une approche originale qui consiste à documenter l'évolution des comportements et des processus cognitifs, métacognitifs, motivationnels et émotionnels adoptés par un résolveur novice et un résolveur expert tout au long de l'implémentation d'un tel dispositif.

L'analyse croisée des traces écrites et des explications orales de Luc montre que ce dernier adopte, préalablement à l'intervention, une démarche de résolution réfléchie et approfondie. Effectivement, Luc réalise une analyse approfondie de l'énoncé, examine le problème en termes de structure mathématique, questionne la plausibilité de sa réponse et communique celle-ci. Cependant, et fort heureusement, le dispositif d'enseignement-apprentissage ne semble pas sans bénéfice pour lui. En effet, tout au long du dispositif de même que six semaines après la fin de celui-ci, il mobilise explicitement et judicieusement un répertoire de stratégies heuristiques plus étendu. Ainsi, s'ajoutent l'estimation de l'ordre de grandeur du résultat, la projection des actions à mener et la vérification de la justesse de ses calculs. Si, à première vue, un tel comportement pourrait refléter le respect, par Luc, du contrat didactique (« si je t'enseigne des stratégies heuristiques c'est pour que tu les utilises »), plusieurs indices tels que l'utilisation de l'estimation comme outil de vérification de la réponse trouvée ou le changement de critère (son niveau de performance versus la mise en place d'une procédure de vérification) pour s'assurer de la justesse de ses calculs témoignent d'une prise de conscience, par Luc, de l'utilité de ces stratégies heuristiques. En d'autres mots, il semblerait que Luc ne mobilise pas les stratégies heuristiques parce que son enseignante le lui demande mais plutôt parce qu'il en perçoit l'utilité. Notons, cependant, la difficulté que représente la projection des actions à mener lorsque le problème est moins familier, ce qui rejoint les constats de Focant et Grégoire (2008). Cependant, certains pourraient dire, à juste titre d'ailleurs, que ce n'est pas parce qu'il n'y a aucune trace de ces trois nouvelles stratégies au prétest qu'elles ne faisaient pas partie de la démarche mentale de résolution adoptée par Luc au prétest. A ce propos, l'enseignante impliquée dans le dispositif nous confirme que ce sont des stratégies heuristiques qui sont très rarement utilisées dans les classes :

Estimer ça c'est quelque chose que je travaillais pas du tout dans les problèmes or c'est important pour voir si la réponse correspond [...] le plan de résolution, ça je faisais pas du tout, je trouve ça vraiment difficile car c'est voir comment tu t'y prends pour résoudre le problème, c'est mettre une théorie sur ce que tu fais concrètement en fait [...] vérifier, ça, moi je ne faisais pas toujours, pour être honnête je laisse souvent tomber, parce qu'on est souvent court au niveau du temps.

Ses propos rejoignent les constats effectués par d'autres chercheurs (Desoete, 2007 ; Verschaffel *et al.*, 2000). Concernant les dimensions motivationnelles et émotionnelles, peu de changements ont été observés et cela, probablement parce que les élèves experts, contrairement à leurs pairs novices, disposent déjà de croyances motivationnelles positives et d'un rapport émotionnel positif aux tâches de résolution de problèmes (Zimmerman & Campillo, 2003). Notons, toutefois, la disparition du soulagement. Cet amenuisement est peut-être à mettre en lien avec la prise de conscience par Luc de l'utilité de mettre en œuvre une procédure de vérification. Cette dernière lui permettant d'être certain de la justesse de sa solution, il ne ressentira probablement plus de soulagement lors de la validation de sa copie par l'enseignant. Par ailleurs, quand Luc donne son avis sur le dispositif, il confirme l'intérêt de ce dernier pour un résolveur expert :

J'ai plus facile parce qu'il y a des étapes plus claires que je peux faire une par une, surtout pour les problèmes plus compliqués. Et oui, ça m'a aidé de résoudre régulièrement des problèmes car ils fonctionnent tous un peu de la même manière, enfin c'est la même technique à chaque fois. Je sais comment ça marche maintenant [...] les questions, elles m'ont aidé à réfléchir, à mieux comprendre le problème, ce sont des questions que j'allais jamais me poser tout seul.

Cet intérêt réside, d'une part, dans le développement de la pensée formelle du résolveur expert, pour reprendre les termes de Piaget (1974), en témoigne la prise de conscience par Luc que les problèmes numériques verbaux sont sous-tendus par une même procédure de résolution et, d'autre part, dans l'élargissement de son répertoire de stratégies heuristiques et l'approfondissement de son questionnement métacognitif, qui le rendent plus efficace dans les problèmes plus complexes.

À l'inverse, la production de Marie au prétest montre l'emprise du contrat didactique ou des « règles du jeu », largement documentés au sein de la littérature (Fagnant, 2008 ; Fagnant *et al.*, 2003 ; Verschaffel *et al.*, 2000). Effectivement, la lecture superficielle, linéaire et plutôt numérique du problème, effectuée par Marie, illustre la règle selon laquelle un problème peut être directement résolu par l'application d'une des quatre opérations arithmétiques de base au départ des nombres présents dans l'énoncé et celle qui dit que le contexte n'est qu'un habillage sans incidence sur la tâche mathématique à réaliser. En communiquant une réponse dont la plausibilité n'a pas été questionnée, Marie montre qu'elle a fait sienne la croyance selon laquelle il existe un fossé entre les problèmes scolaires et le monde réel. De plus, elle dispose d'un répertoire de stratégies heuristiques très pauvre. Cependant, dès le deuxième problème de l'intervention, des changements sont déjà perceptibles. Tout d'abord, au niveau de l'analyse du problème, les données tant numériques que contextuelles sont mises en relation et la structure mathématique du problème est identifiée dénotant d'une compréhension approfondie. Ensuite, Marie s'est essayée plusieurs fois à l'estimation. Toutefois, les tentatives n'ont pas toujours été concluantes démontrant par là la difficulté que représente cette heuristique pour des élèves novices (Montague & van Garderen, 2003). En outre, Marie vérifie l'adéquation entre sa démarche et ce qu'on lui demande, mettant ainsi en œuvre une procédure de vérification partielle. Néanmoins, aucune trace de vérification de ses calculs n'est apparente sur sa feuille, ce qui rejoint un constat fait dans un contexte et avec un public semblables (Hanin & Van Nieuwenhoven, soumis). A ce sujet, nous postulons que la résolution stricto sensu du problème ayant déjà sollicité une bonne partie des ressources temporelles et cognitives du résolveur novice, ce dernier pourrait ne plus trouver l'énergie cognitive nécessaire à la mise en place d'une procédure de vérification. D'autre part, il faut attendre le test de rétention pour que Marie interprète le résultat mathématique à la lumière des données contextuelles de l'énoncé. Ce constat semble montrer combien les croyances des élèves vis-à-vis de la résolution de problèmes mathématiques et, en particulier, celle constituant à croire que la réalité décrite dans un problème est différente de la vie réelle, ont une portée négative forte sur le type de démarches mis en œuvre par les élèves pour résoudre des problèmes (Lester *et al.*, 1989 ; McLeod, 1992 ; Schoenfeld, 1992 ; Verschaffel *et al.*, 2000). De surcroît, plusieurs indices montrent que Marie progresse d'une régulation soutenue par des facteurs externes vers une autorégulation de sa démarche de résolution. En outre, l'analyse montre que, si sa perception de compétence et son ressenti émotionnel sont dysfonctionnels, il est possible de les faire évoluer, en lui proposant un environnement d'enseignement-apprentissage qui, notamment, lui donne du contrôle sur la tâche et lui permet de vivre des expériences de succès, rejoignant ainsi les constats faits par d'autres recherches (Sorić, Penezić & Burić, 2013 ; Kim & Hodges, 2012 ; Tzohar-Rozen & Kramarski, 2014). Notons que ces changements motivationnels et émotionnels reflètent le développement, par Marie, de stratégies de régulation motivationnelle et émotionnelle,

venant renforcer le constat fait plus haut du développement d'une conduite autorégulée. Cette dernière confirme nos constats :

Oui, ça m'a aidée parce que quand j'étais avant je savais pas par quoi je devais passer, par quoi commencer. Le Mémo, il m'aide parce qu'il dit bien comment on doit faire chaque étape. Et surtout je décède aide à comprendre mieux, on voit les informations importantes, faire un tableau, c'est visuel et on a plus facile. [...] Oui, je me sens plus à l'aise car à force de faire des problèmes, je m'améliore. Avant j'aimais pas trop les problèmes et maintenant je commence à un peu plus aimer. [...] Les questions, ça m'aide parce que comme ça je comprenais mieux le problème ; je savais comment faire le problème après quand je rentrais en classe.

6. Conclusion

La présente étude montre qu'évaluer l'efficacité d'un dispositif d'enseignement-apprentissage en examinant les changements qui s'opèrent tout au long de son implémentation permet de compléter et de nuancer les résultats provenant des évaluations classiques de type pré-post. Effectivement, si ces dernières concluent, bien souvent à des constats globaux, concernant tous les élèves (augmentation de la fréquence d'utilisation des stratégies heuristiques enseignées et amélioration des performances), notre approche affine et explique ces constats en mettant en avant une déconstruction de stratégies et croyances inappropriées pour résoudre des problèmes non routiniers et le développement de stratégies d'analyse en profondeur et d'autorégulation, chez le résolveur novice ainsi que le développement d'un niveau de compréhension plus formel de la résolution de problèmes, chez le résolveur expert. Cependant, comme le soulignent de nombreux auteurs, cette approche souffre également de plusieurs limites. Effectivement, en se focalisant sur un nombre restreint de sujets, elle ne permet pas de généraliser les résultats obtenus à l'ensemble des résolveurs novices et experts de cinquième primaire ni de recenser les changements les plus fréquents (Paquay, De Ketele & Crahay, 2006 ; Pinard, Potvin, Rousseau, 2004). Cette approche de l'évaluation s'inscrit donc en complémentarité avec les approches classiques de type pré-post. Dit autrement, ce n'est que combinées, que ces approches permettent de circonscrire complètement l'efficacité des dispositifs d'enseignement-apprentissage (Amaratunga, Baldry, Sarshar & Newton, 2002).

Cette étude a d'importantes retombées pédagogiques. Effectivement, l'analyse montre qu'une perception de compétence fragile, des émotions essentiellement négatives détournant l'attention de l'apprenant de la tâche, un répertoire de stratégies heuristiques pauvre ainsi que des croyances erronées concernant les tâches de résolution de problèmes sont autant d'obstacles à l'engagement et à la persévérance de l'apprenant. En invitant les enseignants à observer davantage leurs élèves en situation de résolution de problèmes et à croiser leurs observations avec les constats qu'ils font lors de la correction des productions écrites de leurs élèves, ceux-ci deviennent à même d'identifier plus finement ce qui fait défaut chez chacun de leurs élèves en difficulté. Le recueil, par l'enseignant, d'indices lui permettant de réguler son enseignement est une des facettes de l'évaluation formative informelle (Mottier-Lopez, 2012). De plus, la présente étude souligne l'importance d'offrir aux élèves des dispositifs d'enseignement-apprentissage qui prennent en compte tant les dimensions cognitives (stratégies heuristiques de résolution de problèmes), que motivationnelles (perception de compétence) et émotionnelles (régulation émotionnelle) de l'apprentissage. Bien évidemment, de tels dispositifs supposent que l'enseignant ait, lui-même, des croyances et présupposés adéquats, vis-à-vis de l'enseignement de la résolution de problèmes et de ce qu'est un « bon » problème. Par ailleurs, nos résultats montrent que l'élève novice rencontre de la difficulté à estimer l'ordre de grandeur du résultat, à identifier la structure mathématique d'un problème et à projeter les actions à mener pour résoudre un problème donné. Or, plusieurs recherches ont pointé l'importance de recourir à ces

stratégies heuristiques pour parvenir à une solution correcte (Bassok, 2003 ; Muir *et al.*, 2008 ; Zimmerman & Campillo, 2003). Une piste pourrait être de travailler isolément ces trois stratégies mais seulement une fois la démarche globale de résolution présentée. Effectivement, une étude menée par Hanin & Van Nieuwenhoven (soumis) a montré qu'il était plus bénéfique pour l'apprentissage d'enseigner la démarche de résolution de problèmes dans toute sa complexité plutôt que d'aborder chaque heuristique isolément.

Outre les limites associées à l'approche de l'évaluation de l'efficacité de dispositifs d'enseignement-apprentissage choisie ici, d'autres limites sont à souligner. Premièrement, le manque de structure dans le test de rétention de Marie et la présence d'une estimation « calculée » plaident pour une légère régression qui, selon nous, pourrait être expliquée par la durée trop courte du dispositif (7 semaines). Ce constat est appuyé par le fait que si Luc fait montre d'une utilisation flexible des stratégies heuristiques, ce n'est pas le cas de Marie. Le dispositif a permis à cette dernière de se familiariser avec les différentes stratégies heuristiques enseignées, de se les approprier dans différents problèmes non routiniers et d'en comprendre l'utilité mais pas de questionner cette utilité au regard du type de problème proposé. Or, c'est sur une utilisation réfléchie de ces stratégies, par opposition à une utilisation instrumentalisée que se fonde l'expertise en mathématique. Deuxièmement, les conclusions tirées de la présente étude reposent sur l'observation de deux sujets. Il est donc nécessaire, pour renforcer la qualité des données qualitatives recueillies, de les conforter et de les compléter par d'autres études de cas. Effectivement, comme le soulignent Mukamurera, Larcourse et Couturier (2006), les recherches qualitatives doivent pouvoir faire sens ailleurs (principe de transférabilité). Pour cela, il faut qu'au-delà des singularités locales et individuelles, des tendances plus générales puissent être dégagées. A ce propos, les études ayant montré des rapports différents à la discipline mathématique selon le genre (Frenzel *et al.*, 2007 ; Rozendaal, Minnaert & Boekaerts, 2001), il serait intéressant de répliquer la présente étude avec des résolveurs novices et experts du même sexe. Ces études complémentaires permettraient de nuancer les changements observés. Troisièmement, afin d'avoir une compréhension plus pointue des changements qui se sont produits tant au niveau de la perception de compétence de Marie qu'au niveau de ses émotions, il serait intéressant de cibler davantage ces dimensions dans le guide de questions utilisé, en sollicitant, par exemple, les sujets sur les stratégies de régulation motivationnelle (Wolters, 2003) et émotionnelle utilisées (Hanin, Grégoire, Mikolajczak, Fantini-Hauwel & Van Nieuwenhoven, 2017). Quatrièmement, on le sait, le(s) type de problèmes proposé(s) dans les dispositifs d'enseignement-apprentissage joue(nt) un rôle important non seulement dans l'appropriation par l'apprenant des stratégies heuristiques enseignées mais également dans sa capacité à les transférer dans d'autres problèmes (Fuchs *et al.*, 2003). A l'avenir, il serait donc judicieux d'accorder une attention plus spécifique au choix des problèmes et à une éventuelle mesure de la capacité de transfert de l'apprenant. Finalement, les résultats de la présente étude gagneraient à être croisés avec une analyse du rôle des régulations interactives entre pairs dans le développement de conduites d'hétérorégulation et d'autorégulation afin d'avoir une compréhension encore plus complète des changements observés.

7. Références

- Administration générale de l'Enseignement et de la Recherche scientifique (2009, 2015). *Évaluation externe non certificative 2008/2011/2014. Mathématiques. Résultats et commentaires. 5^e année de l'enseignement primaire*. Bruxelles: Ministère de la Fédération Wallonie-Bruxelles.
- Ahmed, W., van der Werf, G., Kuyper, H., & Minnaert, A. (2013). Emotions, self-regulated learning, and achievement in mathematics: a growth curve analysis. *Journal of Educational Psychology, 105*(1), 150.

- Allal, L. (2007). Régulation des apprentissages : Orientations conceptuelles pour la recherche et la pratique en éducation. In L. Allal & L. Mottier Lopez (Éds.), *Régulation des apprentissages en situation scolaire et en formation* (pp. 7-24). Bruxelles: De Boeck.
- Amaratunga, D., Baldry, D., Sarshar, M., & Newton, R. (2002). Quantitative and qualitative research in the built environment: application of 'mixed' research approach. *Work Study*, 51(1), pp. 17-31.
- Bandura, A. (1997). *Self-efficacy: The exercise of control*. New York: Freeman.
- Bassock, M. (2003). Analogical transfer in problem solving. In J.E. Davidson & R.J. Sternberg (Eds.), *the psychology of problem solving* (pp. 343-369). New-York: Cambridge University Press.
- Baxter, P., & Jack, S. (2008). Qualitative case study methodology: Study design and implementation for novice researchers. *The qualitative report*, 13(4), 544-559.
- Blum, W., & Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with modelling problems? In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum & S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling: Education, engineering and economics- ICTMA 12* (pp. 222-231). Chichester, UK: Horwood Publishing.
- Blum, W., & Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with mathematical modelling problems? The example Sugaloaf und the DISUM Project. In C. Haines, P.L. Galbraith, W. Blum & S. Khan (Eds.), *Mathematical Modelling (ICTMA12)-Education, Engineering and Economics*. Chichester: Horwood.
- Blum, W., & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects. State, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 37-68.
- Bouffard, T., Marcoux, M. F., Vezeau, C., & Bordeleau, L. (2003). Changes in self-perceptions of competence and intrinsic motivation among elementary schoolchildren. *British journal of Educational Psychology*, 73(2), 171-186.
- Bouffard, T., & Vezeau, C. (2010). Intention d'apprendre, motivation et apprentissage autorégulé : Le rôle de la perception de compétence et des émotions. In M. Crahay, & M. Dutrevis (Eds.), *Psychologie des apprentissages scolaires* (pp. 66-84). Bruxelles: De Boeck.
- Brand, S., Reimer, T., & Opwis, K. (2003). Effects of metacognitive thinking and knowledge acquisition in dyads on individual problem solving and transfer performance. *Swiss Journal of Psychology*, 62(4), 251-261.
- Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology*, 3(2), 77-101.
- Breslow, L. (2001). *Transforming novice problem solvers into experts*. En ligne, <http://web.mit.edu/tll/tllibrary/teach-talk/transforming-novice.html>.
- Colognesi, S., & Van Nieuwenhoven, C. (2016). La métacognition comme tremplin pour l'apprentissage de l'écriture. In S. Cartier et B. Noël (Éds.), *De la métacognition à l'apprentissage autorégulé* (pp. 111-126). Bruxelles : De Boeck.
- Coppé, S., & Houdement, C. (2002). Réflexions sur les activités concernant la résolution de problèmes à l'école primaire. *Grand N*, 69, 53-62.
- Crahay, M., & Detheux, M. (2005). L'évaluation des compétences, une entreprise impossible? (Résolution de problèmes complexes et maîtrise de procédures mathématiques). *Mesure et Évaluation en Éducation*, 28(1), 57-78.
- De Corte, E., & Verschaffel, L. (2005). Apprendre et enseigner les mathématiques : un cadre conceptuel pour concevoir des environnements d'enseignement-apprentissage stimulants. In M. Crahay, L. Verschaffel, E. De Corte & J. Grégoire (Éds.), *Enseignement et apprentissage des mathématiques. Que disent les recherches psychopédagogiques ?* (pp. 25-54). Bruxelles : De Boeck & Larcier.

- De Corte, E., Verschaffel, L., & Masui, C. (2004). The CLIA-model: a framework for designing powerful learning environments for thinking and problem solving. *European Journal of Psychology of Education, 19*(4), 365-384.
- Demonty, I., & Fagnant, A. (2014). Tâches complexes en mathématiques : difficultés des élèves et exploitations collectives en classe. *Éducation et Francophonie, 42*(2), 173-189.
- Desoete, A. (2007). Evaluating and improving the mathematics teaching-learning process through metacognition. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology, 5*(3), 705-730.
- Durlak, J. A., & DuPre, E. P. (2008). Implementation matters: a review of research on the influence of implementation on program outcomes and the factors affecting implementation. *American Journal of Community Psychology, 41*(3-4), 327.
- Elia, I., van den Heuvel-Panhuizen, M., & Kolovou, A. (2009). Exploring strategy use and strategy flexibility in non-routine problem solving by primary school high achievers in mathematics. *ZDM Mathematics Education, 41*, 605-618.
- Fagnant, A. (2008). Des outils didactiques pour développer la résolution de problèmes dans l'enseignement fondamental. Aperçu des fondements théoriques et entrée au cœur de quelques activités. *Cahiers des Sciences de l'Éducation-Université de Liège (aSPe), 27*(28), 51.
- Fagnant, A., & Demonty, I. (2005). *Résoudre des problèmes : pas de problème ! Guide méthodologique et documents reproductibles. 10/12 ans*. Bruxelles : De Boeck.
- Fagnant, A., Demonty, I., & Lejong, M. (2003). La résolution de problèmes : un processus complexe de « modélisation mathématique ». *Bulletin d'informations pédagogiques, 54*, 29-39.
- Fereday, J., & Muir-Cochrane, E. (2006). Demonstrating rigor using thematic analysis: a hybrid approach of inductive and deductive coding and theme development. *International Journal of Qualitative Methods, 5*(1), 80-92.
- Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive-developmental inquiry. *American psychologist, 34*(10), 906.
- Focant, J., & Gregoire, J. (2008). Les stratégies d'autorégulation cognitive : Une aide à la résolution de problèmes arithmétiques. In M. Crahay, L. Verschaffel, E. De Corte & J. Gregoire (Éds.), *Enseignement et apprentissages des mathématiques. Que disent les recherches psychopédagogiques ?* (pp. 201-221). Bruxelles : De Boeck.
- Frenzel, A. C., Pekrun, R., & Goetz, T. (2007). Girls and mathematics—A “hopeless” issue? A control-value approach to gender differences in emotions towards mathematics. *European Journal of Psychology of Education, 22*(4), 497-514.
- Fuchs, L.S., Fuchs, D., Prentice, K., Burch, M., Hamlett, C.L., et al. (2003). Explicitly teaching for transfer: Effects on third-grade students' mathematical problem solving. *Journal of Educational Psychology, 95*(2), 293-305.
- Galbraith, P.L., & Stillman, G. (2006). A framework for identifying student blockages during transitions in the modelling process. *ZDM, 38*(2), 143-162.
- Gamo, S., Taabane, L., & Sander, E. (2011). Rôle de la nature des variables dans la résolution de problèmes additifs complexes. *L'Année Psychologique, 111*(4), 613-640.
- Ginsburg, A., Cooke, G., Leinwand, S., & Pollock, E. (2005). *Reassessing U.S. international mathematics performance: New findings from 2003 TIMSS and PISA*. Washington, D.C.: American institute for Research.
- Greer, B. (1997). Modelling reality in mathematics classrooms: The case of word problems. *Learning and instruction, 7*(4), 293-307.
- Hanin, V., Grégoire, J., Mikolajczak, M., Fantini-Hauwel & Van Nieuwenhoven, C. (2017). Children's Emotion Regulation Scale in Mathematics (CERS-M): development and validation of a self-reported instrument. *Psychology, 8*(13), 2240-2275.

- Hanin, V., & Van Nieuwenhoven, C. (2016a). Évaluation d'un dispositif pédagogique visant le développement de stratégies cognitives et métacognitives en résolution de problèmes en première secondaire. *Evaluer. Journal international de Recherche en Éducation et Formation(e-jiref)*, 2(1), 53-88.
- Hanin, V., & Van Nieuwenhoven, C. (2016b). The influence of motivational and emotional factors in mathematical learning in secondary education. *European Review of Applied Psychology*, 66(3), 127-138.
- Hanin, V., & Van Nieuwenhoven, C. (2018). Developing an expert and reflexive approach to problem-solving: the place of emotional knowledge and skills. *Psychology*, 9, 280-309.
- Hanin, V., & Van Nieuwenhoven, C. (soumis). Teaching the problem-solving process in a progressive or in a simultaneous way: a question of making-sense? *The Frontline Learning Research Journal*.
- Hanin, V., & Van Nieuwenhoven, C. (soumis). Rôle des régulations interactives entre pairs dans le développement d'une démarche experte et réflexive de résolution de problèmes : une étude de cas.
- Houdement, C. (2011). Connaissances cachées en résolution de problèmes arithmétiques ordinaires à l'école. *Annales de Didactique et des Sciences Cognitives*, 16, 67-96.
- Houdement, C. (2014). Des connaissances fonctionnelles (mais ignorées) en résolution de problèmes arithmétiques. *Cahiers des Sciences de l'Éducation-Université de Liège (aSPe)*, 36, 7-33.
- Kim, C., & Hodges, C. B. (2012). Effects of an emotion control treatment on academic emotions, motivation and achievement in an online mathematics course. *Instructional Science*, 40(1), 173-192.
- Lent, R. W., Lopez, F. G., & Bieschke, K. J. (1991). Mathematics self-efficacy: Sources and relation to science-based career choice. *Journal of counseling psychology*, 38(4), 424.
- Lester, F.K, Garofalo, J., & Kroll, D. (1989). *The role of metacognition in mathematical problem solving: a study of two grade seven classes*. Bloomington: Université d'Indiana, Mathematics Education Development Center.
- Lothaire, S., Dumay, X., & Dupriez, V. (2012). Pourquoi les enseignants quittent-ils leur école? Revue de la littérature scientifique relative au turnover des enseignants. *Revue française de pédagogie. Recherches en éducation*, 4(181), 99-126.
- MacLeod, D.B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. In D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 575-596). New York: MacMillan.
- Marcou, A., & Philippou, G. (2005). Motivational beliefs, self-regulated learning and mathematical problem solving. In H. L. Chick, & J. L. Vincent (Eds.), *Actes de la 29e conférence du groupe international pour la psychologie de l'enseignement des mathématiques (PME)* (pp. 297-304). Melbourne, Australie: Université de Melbourne.
- Marcoux, G. (2012). *Tâches scolaires et mobilisation adaptée de procédures : quels paramètres sont influents?* Thèse de doctorat en sciences de l'éducation non publiée. Genève: Université de Genève.
- Maroy, C. & Cattonar, B. (2002). « Pénurie et malaise enseignant ». *La Revue nouvelle*, 115(12), p. 44-62.
- Mevarech, Z.R. & Amrany, C. (2008). Immediate and delayed effects of meta-cognitive instruction on regulation of cognition and mathematics achievement. *Metacognition and Learning*, 3(2), 147-157.
- Ministère de la Fédération Wallonie-Bruxelles. (2016). *CEB 2016*. Ministère de la Fédération Wallonie-Bruxelles. En ligne https://www.google.be/search?q=CEB+2016&ie=utf-8&oe=utf-8&client=firefox-b&gfe_rd=cr&ei=KIs6WYbDM66k8wen84v4DQ.

- Montague, M., Enders, C., & Dietz, S. (2011). Effects of cognitive strategy instruction on math problem solving of middle school students with learning disabilities. *Learning Disability Quarterly*, 34(4), 262-272.
- Montague, M., & van Garderen, D. (2003). A cross-sectional study of mathematics achievement, estimation skills, and academic self-perception in students of varying ability. *Journal of Learning Disabilities*, 36(5), 437-448.
- Mottier-Lopez, L. (2012). *La régulation des apprentissages en classe*. Bruxelles: De Boeck.
- Muir, T., Beswick, K., & Williamson, J. (2008). "I'm not very good at solving problems": an exploration of students' problem solving behaviours. *The Journal of Mathematical Behavior*, 27(3), 228-241.
- Mukamurera, J., Lacourse, F., & Couturier, Y. (2006). Des avancées en analyse qualitative : pour une transparence et une systématisation des pratiques. *Recherches qualitatives*, 26(1), 110-138.
- Novick, L. R. (1988). Analogical transfer, problem similarity, and expertise. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 14(3), 510-520.
- Op't Eynde, P., De Corte, E., & Mercken, I. (2004). Pupils (meta)emotional knowledge and skills in the mathematics classroom. *Document non publié présenté à l'American Educational Research Association (AERA)*, San Diego.
- Op't Eynde, P., De Corte, E., & Verschaffel, L. (2006). Accepting emotional complexity: A socio-constructivist perspective on the role of emotions in the mathematics classroom, *Educational Studies in Mathematics*, (63)2, 193-207.
- Ozsoy, G. & Ataman, A. (2009). The effect of metacognitive strategy training on mathematical problem solving achievement. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 1(2), 67-82.
- Paquay, L., De Ketele, J-M., & Crahay, M. (2006). *L'analyse qualitative en éducation. Des pratiques de recherche aux critères de qualité*. Paris: De Boeck.
- Pekrun, R. (2006). The control-value theory of achievement emotions: Assumptions, corollaries, and implications for educational research and practice. *Educational Psychology Review*, 18(4), 315-341.
- Perels, F., Gürtler, T., & Schmitz, B. (2005). Training of self-regulatory and problem-solving competence. *Learning and Instruction*, 15(2), 123-139.
- Piaget, J. (1974). Recherches sur la contradiction. *Les différentes formes de la contradiction. Volume 2*. Paris : Presses Universitaires de France.
- Pinard, R., Potvin, P. & Rousseau, R. (2004). Le choix d'une approche méthodologique mixte de recherche en éducation. *Recherches qualitatives*, 24, 58-81.
- Polya, G. (1957). *How to solve it* (2nd ed.). Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Pretz, J.E., Naples, A.J., & Sternberg, R.J. (2003). Recognizing, defining, and representing problems. In J.E. Davidson & R.J. Sternberg (Eds.), *The psychology of problem solving* (pp. 3-30). New-York: Cambridge University Press.
- Rozendaal, J. S., Minnaert, A., & Boekaerts, M. (2001). Motivation and self-regulated learning in secondary vocational education: Information-processing type and gender differences. *Learning and Individual Differences*, 13(4), 273-289.
- Sander, E., Levrat, B., Brissiaud, R., Porcheron, P., & Richard, R. (2003). *Conceptualisation et propriétés sémantiques des situations dans la résolution de problèmes arithmétiques : rapport d'étape*. Ministère de la recherche. École et Sciences Cognitives : les apprentissages et leurs dysfonctionnements. Université Paris 8.
- Schoenfeld, A.H. (1988). When good teaching leads to bad results: The disasters of "well-taught" mathematics courses. *Educational Psychologist*, 23(2), 145-166.

- Schoenfeld, A.H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. Grouws (Ed.), *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334-370). New-York: Macmillan.
- Schutz, P. A., & Pekrun, R. E. (2007). *Emotion in education*. Elsevier Academic Press.
- Sorić, I., Penezić, Z., & Burić, I. (2013). Big Five personality traits, cognitive appraisals and emotion regulation strategies as predictors of achievement emotions. *Psychological Topics*, 22 (2), 325-349.
- Tzohar-Rosen, M. & Kramarski, B. (2014). Metacognition, motivation and emotions: Contribution of self-regulated learning to solving mathematical problems. . *Global Education Review*, 1(4). 76-95.
- Urdan, T., Solek, M., & Schoenfelder, E. (2007). Students' perceptions of family influences on their academic motivation: *A qualitative analysis*. *European Journal of Psychology of Education*, 22(1), 7-21.
- Usher, E. L., & Pajares, F. (2009). Sources of self-efficacy in mathematics: A validation study. *Contemporary educational psychology*, 34(1), 89-101.
- Vaillancourt, M. È., & Bouffard, T. (2009). Illusion d'incompétence, attitudes dysfonctionnelles et distorsions cognitives chez des élèves du primaire. *Revue canadienne des sciences du comportement*, 41(3), 151.
- Van Dooren, W., Verschaffel, L., Greer, B., & De Bock, D. (2006). Modelling for life: Developing adaptive expertise in mathematical modelling from an early age. In L. Verschaffel, F. Dochy, M. Boekaerts & S. Vosniadou (Eds.), *Instructional psychology: Past, present, and future trends. Sixteen essays in honour of Erik De Corte* (pp. 91 -112). Oxford, UK: Elsevier.
- Veenman, M.V.J., Van Hout-Wolters, B., & Afflerbach, P. (2006). Metacognition and learning: conceptual and methodological considerations. *Metacognition Learning*, 1(1), 3-14.
- Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Lisse, Hollande: Swets & Zeitlinger.
- Willig, C. (2013). *Introducing qualitative research in psychology* (3th ed.). Buckingham, UK: Open University Press.
- Wolters, C.A. (2003). Regulation of motivation: Evaluating an underemphasized aspect of self-regulated learning. *Educational Psychologist*, 38(4), 189-205.
- Yin, R. K. (1994). Discovering the future of the case study method in evaluation research. *Evaluation practice*, 15(3), 283-290.
- Zhou, J. (2015). International students' motivation to pursue and complete a Ph. D. in the US. *Higher Education*, 69(5), 719-733.
- Zimmerman, B.J. (2011). Motivational sources and outcomes of self-regulated learning and performance. In B. Zimmerman & D. Schunk (Eds.), *Handbook of self-regulation of learning and performance* (pp.49-64). New-York: Routledge.
- Zimmerman, B.J., & Campillo, M. (2003). Motivating self-regulated problem solvers. In J.E. Davidson & R.J. Sternberg (Eds.), *the psychology of problem solving* (pp. 233-262). New-York: Cambridge University Press.

Annexe 1. Questions types

| Moment de la prise d'informations | Questions types | Problème concerné |
|-----------------------------------|--|---|
| Avant la résolution du problème | <ul style="list-style-type: none"> - Explique ce que tu as compris du problème ? - Comment comptes-tu t'y prendre pour résoudre le problème ? - Comment vas-tu procéder : par quoi vas-tu commencer ? Et ensuite ? - Quelles sont tes forces pour résoudre ce problème ? - Quelles vont être les difficultés que tu pourrais rencontrer ? - A quoi veux-tu arriver ? Quel est ton objectif pour cette tâche ? - Qu'as-tu déjà appris qui pourrait te servir pour résoudre ce problème ? | <p>Problème 3 : la gourmande</p> <p>Problème 5 : le plein de vitamines</p> |
| Pendant la résolution du problème | <ul style="list-style-type: none"> - Explique-moi ce que tu as fait jusqu'à présent. Par quelles étapes es-tu passé(e) ? - Es-tu satisfait(e) de ton travail ? Pourquoi ? - As-tu écrit des choses et puis barré, effacé ou changé ? Pourquoi ? - Lorsque tu as rencontré une difficulté/un blocage qu'as-tu fait ? - Et maintenant, comment penses-tu t'y prendre pour continuer le problème ? Quelles vont être tes prochaines étapes ? | <p>Problème 4 : un partage bien inégal</p> <p>Problème 6 : l'anniversaire</p> |
| Après la résolution du problème | <ul style="list-style-type: none"> - Peux-tu redire en tes mots la consigne ? - Es-tu satisfait(e) de ta production par rapport à la demande ? Pourquoi ? - De quoi aurais-tu besoin pour résoudre encore mieux un problème mathématique ? - Tu as maintenant résolu plusieurs problèmes. Qu'est-ce qui est différent entre tes différentes résolutions ? Comment as-tu effectué ces changements ? - Comment pourrais-tu aider quelqu'un qui doit faire la même activité que toi ? - Penses-tu avoir trouvé la bonne réponse ? Explique. | <p>Problème 1 : Jeu de billes</p> <p>Problème 2 : au restaurant</p> |

Annexe 2. Énoncés des problèmes du dispositif

| | |
|------------|---|
| Problème 1 | <p>Jeu de billes</p> <p>Rachid a un gros sac de 20 billes. Frédéric, lui en a 13. A la récréation, les deux enfants jouent une première partie ensemble : Frédéric gagne 5 billes. Les deux amis jouent une deuxième partie et Rachid perd 10 billes. Après-midi, ils jouent encore une nouvelle partie tous les deux. Quand Rachid rentre chez lui, il compte ses billes, il en a 22. Que s'est-il passé lors de la partie de l'après-midi ?</p> |
| Problème 2 | <p>Au restaurant</p> <p>Dans un restaurant, les boissons peuvent être consommées à volonté. Deux menus sont proposés : le menu « poisson » et le menu « viande ». Le menu « poisson » coûte 2 euros de plus que le menu « viande ». Jordan et Sylvain prennent chacun un menu différent. Leur note totale s'élève à 31 euros. Combien coûte chacun des menus ?</p> |
| Problème 3 | <p>La gourmande</p> <p>Sarah et Mathieu se partagent un tas de bonbons de la manière suivante : Mathieu en prend un, Sarah, plus gourmande, en prend deux, alors Mathieu en prend trois, mais Sarah en prend quatre et ainsi de suite, chacun prenant à son tour un bonbon de plus de ce qu'a pris le précédent [Information 1].</p> <p>Sarah est la dernière à prendre des bonbons, elle prend alors tous les bonbons restants. Elle a alors 5 bonbons de plus que Mathieu [Information 2].</p> <p>Combien y-a-t-il de bonbons dans le paquet ? [Information 3].</p> |
| Problème 4 | <p>Un partage bien inégal</p> <p>Un père partage une somme de 18 euros entre ses trois filles : Aurélie, Béatrice et Céline. Il donne 2 fois plus à Céline qu'à Aurélie et il donne 2 euros de moins à Béatrice qu'à Céline. Combien d'euros chaque fille a-t-elle reçu ?</p> |
| Problème 5 | <p>Le plein de vitamines</p> <p>Nicolas part en camp scout pendant 7 jours [Information 1]. Sa maman a peur qu'il manque de vitamines alors elle lui donne des sachets contenant des vitamines en poudre à dissoudre dans l'eau [Information 2]. Nicolas doit en boire une tasse tous les matins et tous les soirs [Information 3].</p> <p>Pour préparer une tasse, il faut mélanger 2 cuillères à café de vitamines en poudre avec 20 cl d'eau [Information 4a].</p> <p>Les vitamines en poudre se vendent par sachets de 30 grammes [Information 4b]. Une cuillère à café de cette poudre pèse 10g [Information 4c].</p> <p>Sachant que le premier jour Nicolas déjeunera chez lui avant de partir, et le dernier jour, il soupera à sa maison [Information 5], combien de sachets de vitamines en poudre doit-il emporter avec lui [Information 6]?</p> |

| | |
|-------------------|---|
| <p>Problème 6</p> | <p>L'anniversaire</p> <p>Pour son anniversaire, Emma décide de faire un gâteau au chocolat pour ses camarades de classe. Elle trouve la recette ci-dessous sur Internet :</p> <p>Gâteau au chocolat pour 6 personnes :</p> <ul style="list-style-type: none">200g de farine2 œufs50g de sucre en poudre50g de beurre80g de chocolat <p>Comme ils sont plus nombreux, Emma doit augmenter les quantités qui sont indiquées dans la recette. Elle prépare la pâte avec 600g de farine, 8 œufs, 150g de sucre, 150g de beurre et 240g de chocolat.</p> <p>En goûtant les élèves font une drôle de tête, Emma n'a pas respecté exactement la recette.</p> <p>Pour quel produit s'est-elle trompée ? Quelle quantité de ce produit aurait-elle dû mettre pour respecter la recette?</p> |
|-------------------|---|