Evaluation d'un dispositif pédagogique visant le développement de stratégies cognitives et métacognitives en résolution de problèmes en première secondaire

Vanessa Hanin
Université catholique de Louvain
vanessa.hanin@uclouvain.be

Catherine Van Nieuwenhoven
Université catholique de Louvain
catherine.vannieuwenhoven@uclouvain.be

Résumé
Les scores aux épreuves évaluatives externes tant nationales qu'internationales montrent que la résolution de problèmes mathématiques constitue une réelle pierre d'achoppement pour les élèves. Les chercheurs qui se sont penchés sur cette problématique ont mis en évidence l'usage, par les élèves, de stratégies de résolution superficielles, résultat d'une enculturation prolongée dans la culture de classe. Ces stratégies se révèlent inadéquates pour résoudre de véritables problèmes. Le développement de stratégies plus approfondies requiert de reconceptualiser les problèmes mathématiques comme des exercices de modélisation mathématique, autrement dit, de passer par des phases clés, de mobiliser des heuristiques et d'autoréguler sa démarche de résolution. Plusieurs études menées en Flandre, auprès d'élèves de grades 5 et 6 ont montré l'efficacité d'un dispositif de reconceptualisation des problèmes. Cet article présente les effets d'un tel dispositif sur un échantillon d'élèves bruxellois de première secondaire. Les résultats indiquent une plus grande utilisation d'heuristiques de résolution par les élèves ayant suivi le dispositif ainsi qu'une augmentation partielle de leurs performances et ce, comparativement aux élèves du groupe témoin. Les retombées de ces résultats, tant pédagogiques que scientifiques, sont également discutées.

Mots-clés
Processus de modélisation mathématique – heuristiques – mathématiques dans l'enseignement secondaire - résolution de problèmes

Summary
Mathematics achievement in both international and national tests shows that problem solving constitutes a real stumbling block for students. Researchers who have addressed this issue highlight students' use of superficial strategies. These strategies result from an extended classroom enculturation and are inadequate for solving mathematical problems. The development of more in-depth strategies requires reconceptualising mathematical problems as mathematical modelling exercises, i.e. passing through key phases of the mathematical modelling cycle, using appropriate heuristics and self-regulating one's problem solving approach. Research conducted in Flanders amongst fifth and sixth graders has shown the effectiveness of an intervention based on the

reconceptualization of problems. This paper presents the effects of such an intervention with a sample of 1st year secondary school students from Brussels. The findings stress a greater use of heuristics by students in the training group and a partial increase of their problem solving skills in comparison to learners in the control group. The educational and scientific corollaries of these results are also discussed.

Keywords
Mathematical modelling process, heuristics, secondary school mathematics, problem solving.

Pour citer cet article : Hanin, V. & Van Nieuwenhoven, C. (2016). Evaluation d'un dispositif pédagogique visant le développement de stratégies cognitives et métacognitives en résolution de problèmes en première secondaire. *Evaluer. Journal international de Recherche en Education et Formation*, *2*(1), pp. 53-88.

1. Introduction

Dans un contexte sociétal mettant de plus en plus en avant la nécessité de disposer de compétences d'analyse et de résolution de situations et de tâches complexes (Marcoux, 2012 ; Verschaffel, Greer & Van Dooren, 2008), il est nécessaire de s'interroger sur leur développement et acquisition au sein de la sphère scolaire. Comme le mentionnent les Socles de Compétences (Administration générale de l'Enseignement et de la Recherche scientifique, 2013), « C'est par la résolution de problèmes que l'élève développe des aptitudes mathématiques, acquiert des connaissances profondes et se forge une personnalité confiante et active » (p.23).

A ce propos, Artigue (2011) souligne que, « les évaluations tant nationales qu'internationales montrent qu'à la fin de la scolarité de base, les connaissances et compétences mathématiques de beaucoup d'élèves ne sont pas celles attendues » (p.9). Ainsi, les données de Pisa 2012 indiquent que 23% des jeunes de 15 ans appartenant à l'OCDE sont en grande et très grande difficulté en mathématiques (OECD, 2011). Si ces derniers sont capables d'appliquer des algorithmes mathématiques, la formulation d'un énoncé en langage mathématique constitue une réelle pierre d'achoppement (Demonty, Blondin, Matoul, Baye & Lafontaine, 2013). Or, cette compétence est la clé de voûte du processus de résolution de problèmes (Fagnant & Demonty, 2004 ; Houdement, 2011 ; Julo, 2002 ; Marcoux, 2012 ; Moreau & Coquin-Viennot, 2003 ; Schoenfeld, 1992 ; Verschaffel, Greer & De Corte, 2000).

Cette tendance s'observe également au niveau national : les données du Ministère de la Fédération Wallonie-Bruxelles (2014), indiquent que 40% des élèves de deuxième secondaire n'ont pas atteint les compétences de base en mathématiques. Plus précisément, le pourcentage de réussite de ces derniers aux items relatifs à la résolution de problèmes s'élève à 51,4% (Ministère de la Fédération Wallonie-Bruxelles, 2014a). Il semblerait donc, comme le soulignent Barrouillet et Camos (2003), que « la résolution de problèmes demeure l'activité dans laquelle les élèves rencontrent le plus de difficultés » (p.330). Ce constat rejoint les résultats d'une étude menée par Marcoux (2012) auprès d'enfants genevois de cinquième primaire qui indiquent que les élèves semblent maîtriser les habiletés élémentaires nécessaires à la résolution de problèmes mais éprouvent de la difficulté à les appliquer dans ce type d'activité.

Ces faibles performances ont conduit de nombreux chercheurs (Fagnant, Demonty & Lejong, 2003 ; Fagnant & Demonty, 2004 ; Gamo, Taabane & Sander, 2011 ; Houdement, 2011 ; Verschaffel *et al.*, 2000) à examiner, de façon approfondie, les stratégies adoptées par les élèves en résolution de problèmes. Ces derniers ont, notamment, mis à jour l'usage, par les élèves, de démarches de résolution superficielles telles que la non prise en compte des connaissances du monde réel dans la résolution (Verschaffel *et al.*, 2000) et une résolution reposant sur la recherche d'indices sémantiques (Gamo, Nogry & Sander, 2014 ; Gamo *et al.*, 2011). Or, ces démarches s'avèrent inefficaces pour résoudre de véritables problèmes au sens où l'individu ne connait pas d'emblée la démarche à adopter pour solutionner le problème (Fagnant *et al.*,2003+). A cet effet, les chercheurs qui se sont penchés sur cette problématique préconisent un changement au niveau des pratiques d'enseignement et d'apprentissage de la résolution de problèmes. Plus précisément, ces derniers s'accordent sur la nécessité de reconceptualiser les activités de résolution de problèmes comme des exercices de modélisation, de proposer des recueils de problèmes variés, d'adopter une méthodologie ouverte, autrement dit, de favoriser la diversité des démarches et des stratégies de résolution et d'introduire de nouvelles normes socio-mathématiques, plus appropriées (Verschaffel *et al.*, 2000, p.86).

Cependant, peu d'articles se sont penchés sur l'évaluation de l'efficacité des pratiques d'enseignement et d'apprentissage précitées. Notons les études menées, en Flandre, par Verschaffel et ses collègues (De Corte & Verschaffel, 2002 ; De Corte, Verschaffel & Masui, 2004 ; Verschaffel & De Corte, 1997 ; Verschaffel, De Corte, Lasure, Van Vaerenbergh, Bogaerts & Ratinckx, 1999) auprès d'enfants de cinquième primaire. Ces études mettent en évidence des résultats prometteurs en montrant qu'il est effectivement possible d'améliorer la capacité des élèves à autoréguler leur propre processus de résolution de même que leurs performances en résolution de problèmes.

Néanmoins, ces résultats concernent la partie flamande de la Belgique dont les méthodes d'enseignement des mathématiques diffèrent de celles en vigueur dans la partie francophone (d'après une comparaison de plusieurs manuels scolaires menée par nos soins). Il est donc pertinent et utile d'évaluer l'efficacité de l'instauration de pratiques d'enseignement et d'apprentissage semblables au regard des spécificités des méthodes pédagogiques en vigueur en Fédération Wallonie-Bruxelles. De plus, la littérature empirique à ce sujet concerne principalement les élèves du primaire. Or, sur la base des résultats encourageants obtenus par Verschaffel et ses collègues, il est tentant de vouloir instaurer de telles pratiques dans les classes supérieures. En outre, jusqu'à présent, aucune étude ne s'est penchée sur les effets bénéfiques de ces pratiques pour des profils d'élèves affichant de faibles performances en résolution de problèmes. Or, ces derniers présentent des besoins pédagogiques différents. A ce sujet, les auteurs (Muir, Beswick & Williamson, 2008 ; Schoenfeld, 1992) soulignent le manque d'habiletés métacognitives et d'heuristiques de résolution – définies comme des stratégies de recherche pour la résolution de problèmes qui ne garantissent pas, mais augmentent significativement, la probabilité de trouver une solution correcte en induisant une approche systématique de la tâche (De Corte & Verschaffel, 2005 ; Verschaffel *et al.*, 2000) – des résolveurs novices, en comparaison aux résolveurs experts.

Finalement, les chercheurs sont formels sur le rôle clé joué par l'heuristique « représenter le problème » dans la résolution de problèmes (Coquin-Viennot & Moreau, 2003 ; Gamo *et al.*, 2011 ; Kintsch & Greeno, 1985 ; Riley, Greeno & Heller, 1983 ; Thevenot, Devidal, Barrouillet & Fayol, 2007 ; Thevenot & Oakhill, 2008). Cependant, le rôle joué par les autres heuristiques comme associer des problèmes sur base de leur structure mathématique, réaliser un plan de résolution, estimer la solution a priori, vérifier ses calculs et sa démarche, interpréter le résultat obtenu à la lumière de l'énoncé, etc. est moins clair. Or, plusieurs auteurs (Fagnant & Demonty, 2004 ; Houdement, 2014 ; Verschaffel *et al.*, 2000) insistent sur l'importance d'interpréter le résultat obtenu à la lumière de l'énoncé.

C'est dans ces perspectives que s'inscrit la présente recherche. Cette dernière poursuit un triple objectif. Tout d'abord, nous souhaitons évaluer les effets d'un dispositif pédagogique couvrant les pratiques d'enseignement et apprentissage proposées par Verschaffel *et al.* (2000) et décrites plus tôt sur la persévérance et les performances d'élèves de première secondaire. Ce dispositif vise le développement d'une stratégie d'autorégulation cognitive globale combinée à l'enseignement d'heuristiques de résolution par le biais d'une méthodologie ouverte et d'un recueil de problèmes variés. Ensuite, nous souhaitons identifier le(s) profil(s) d'élève à qui profite ce dispositif. Est-il bénéfique tant aux élèves « faibles » en résolution de problèmes qu'aux élèves « forts ». Finalement, nous voulons vérifier la primauté d'une heuristique « représenter le problème ».

2. Cadre théorique

Afin de mieux saisir l'intérêt d'adopter les pratiques d'enseignement et apprentissage préconisées par Verschaffel *et al.* (2000), fruit d'une opérationnalisation d'un modèle théorique de résolution de problèmes mathématiques, il est nécessaire d'identifier les stratégies de résolution de problèmes adoptées par la plupart des élèves.

2.1 Stratégies de résolution superficielles observées chez le résolveur novice

Une stratégie couramment mise en œuvre par les élèves, en résolution de problèmes, est la non prise en compte des connaissances du monde réel dans la résolution de problèmes (Baruk, 1985 ; Greer, 1993 ; Verschaffel *et al.,* 2000). Le célèbre problème de l'âge du capitaine[1] a fait couler beaucoup d'encre à ce sujet. Effectivement, de nombreuses études réalisées tant auprès d'enfants du primaire que du début du secondaire (Greer, 1993 ; Palm, 2007 ; Verschaffel, De Corte & Lasure, 1994 ; Verschaffel *et al.*, 2000) ont montré qu'un nombre impressionnant d'apprenants répondent à ce problème insolvable en combinant les données numériques de l'énoncé sans même se rendre compte du caractère insensé du problème et de leur solution. Ce comportement reflète le contrat didactique, c'est-à-dire, le système de normes, règles et attentes implicites qui évoluent réciproquement entre l'enseignant et les élèves (Greer, 1997, p.298). Concrètement, si l'enseignant propose un problème à ses élèves, c'est qu'il est soluble. Or, la construction d'une représentation du problème et donc, la prise en compte du contexte de ce dernier, conditionne la réussite des phases de résolution ultérieures et donc la réussite du problème (Fagnant *et al.*, 2003 ; Reusser, 1990 ; Thevenot *et al.*, 2007 ; Verschaffel *et al.*, 1999).

Houdement (2011 ; 2014), s'intéresse aux connaissances nécessaires à la réussite des problèmes, souvent ignorées tant par les institutions d'enseignement que par les études didactiques. A ce propos, des premières connaissances cachées se situent au niveau des contrôles sémantiques et pragmatiques. Le contrôle sémantique s'appuie sur l'interprétation de l'énoncé du problème et la représentation (mentale) que l'apprenant se fait du problème (Houdement, 2011 ; 2014). L'association « partager, c'est diviser » en est une illustration. Le contrôle pragmatique réfère à l'analyse de la pertinence du résultat obtenu à la lumière des connaissances relatives au monde réel (Houdement, 2011 ; 2014). Se demander si cinq euros est un prix raisonnable pour un bâton de chocolat en est un exemple. La qualification ou capacité à contextualiser les résultats numériques fait partie des connaissances ignorées. A ce propos, Houdement observe que certains élèves ont des difficultés à identifier la grandeur correspondant à la valeur numérique obtenue et encore plus à transformer le résultat obtenu en une réponse qui satisfait l'énoncé du problème. Or, ces contrôles ainsi que la qualification s'avèrent indispensables pour résoudre correctement un problème mathématique. Effectivement, ces compétences sont observées chez les résolveurs experts et leur carence génère de réelles difficultés chez les apprenants qui en sont dépourvus (Houdement, 2011 ; 2014).

Par ailleurs, plusieurs études centrées sur les effets de contenus de l'énoncé des problèmes ont montré que, chez les élèves du primaire et du début du secondaire, la résolution est guidée par l'interprétation de traits de surface, de mots présents dans l'énoncé pouvant être considérés comme des mots-clés ou des indices par les individus (Gamo *et al.*, 2011 ; Hakem, Sander & Labat, 2005 ; Sander, Levrat, Brissiaud, Porcheron & Richard, 2003). Ces indices sémantiques et linguistiques peuvent orienter fortement le choix de la stratégie de résolution

[1] « Sur un bateau, il y a 26 moutons et 10 chèvres. Quel est l'âge du capitaine ? » (Baruk, 1985)

et donc l'issue de la résolution (réussite vs échec). Ainsi, la présence d'effectifs ou de prix induirait une stratégie de résolution de type « cardinal » tandis que la présence de données temporelles favoriserait une résolution de type « ordinal » (Gamo *et al.,* 2014). Cependant, les indices épinglés ne fournissent qu'une vision partielle du problème, faisant fi des autres objets et agents et surtout des relations entre ces éléments. De plus, il semble que l'interprétation de ces indices repose davantage sur les connaissances du monde réel et beaucoup moins sur des connaissances mathématiques. Or, les premières ne sont pas toujours compatibles avec la structure mathématique du problème. Il semblerait que les élèves aient tendance à s'appuyer sur des caractéristiques de surface et à appliquer les procédures mémorisées induites par ces caractéristiques sans avoir examiné en profondeur la structure mathématique du problème.

La suspension de construction de sens, l'absence de qualification et de contrôles sémantique et pragmatique ainsi qu'une démarche de résolution reposant sur le prélèvement d'indices sémantiques dans l'énoncé sont des caractéristiques d'une démarche superficielle de résolution, dit autrement, non fondée sur une analyse approfondie de l'énoncé. Ce type de démarche s'avère inefficace pour résoudre de véritables problèmes (Fagnant *et al.*, 2003).

D'après Verschaffel *et al.* (2000), deux facteurs sont à l'origine de telles stratégies : d'une part, les croyances et connaissances relatives à la résolution de problèmes ou Word Problem Schemata (WPS) qui résultent d'une immersion prolongée dans la culture de classe (De Corte & Verschaffel, 1985) et, d'autre part, la nature stéréotypée et artificielle des problèmes proposés dans les classes. Ces deux facteurs relèvent du contrat didactique, déjà évoqué précédemment (Coquin-Viennot, 2001 ; Greer, 1997). Ce constat est appuyé par plusieurs recherches (Barrouillet & Camos, 2003 ; Coquin-Viennot & Moreau, 2003 ; Fagnant & Demonty, 2004 ; Verschaffel & De Corte, 1997) qui se sont attachées à montrer, qu'en moyenne, ces stratégies superficielles ne sont pas mobilisées par les enfants, avant huit ans, âge qui marquerait le début de l'enculturation de l'élève dans les pratiques de classe (Coquin-Viennot, 2001). En conclusion, ces constats semblent indiquer que le développement de stratégies de résolution plus approfondies et plus appropriées pour résoudre de véritables problèmes requiert un changement des pratiques d'enseignement et d'apprentissage. Cet aspect est abordé au point suivant.

2.2 La modélisation mathématique au service de la résolution de problèmes

Afin de favoriser l'usage de démarches de résolution expertes, les chercheurs (Fagnant *et al.*, 2003 ; Fagnant & Demonty, 2004 ; Mukhopadhyay & Greer, 2001 ; Verschaffel & De Corte, 1997 ; Verschaffel *et al.*, 2000) s'accordent sur la nécessité de reconceptualiser les problèmes comme des exercices de modélisation mathématique. Cette dernière désigne « l'inférence puis l'opérationnalisation de mathématiques pour résoudre un problème issu du réel » (Houdement, 2014, p.10). Si plusieurs modèles de modélisation mathématique co-existent au sein de la littérature, ces derniers distinguent les mêmes phases de résolution de problèmes (notamment Burkhardt, 1994 ; Verschaffel *et al.*, 2000).

Pour la présente étude, nous avons retenu le modèle proposé par Verschaffel *et al.* (2000) qui propose une synthèse des modèles existants. Ce modèle promeut le développement d'une stratégie globale d'autorégulation de ses propres activités cognitives couplé à l'apprentissage d'heuristiques. Par stratégie d'autorégulation globale, Verschaffel et ses collègues entendent les compétences métacognitives impliquées dans le « monitoring » et la régulation de son propre processus de résolution. Plus précisément, cette stratégie d'autorégulation se traduit par la mise en œuvre d'une démarche de résolution impliquant cinq phases que sont la compréhension, la modélisation, l'analyse mathématique, l'interprétation et la communication (Figure 1[2]). Précisons que cette démarche de résolution doit être vue comme cyclique et non comme une progression linéaire (Verschaffel *et al.*, 2000). La disposition linéaire constitue une chronologie pour l'enseignement du processus de modélisation.

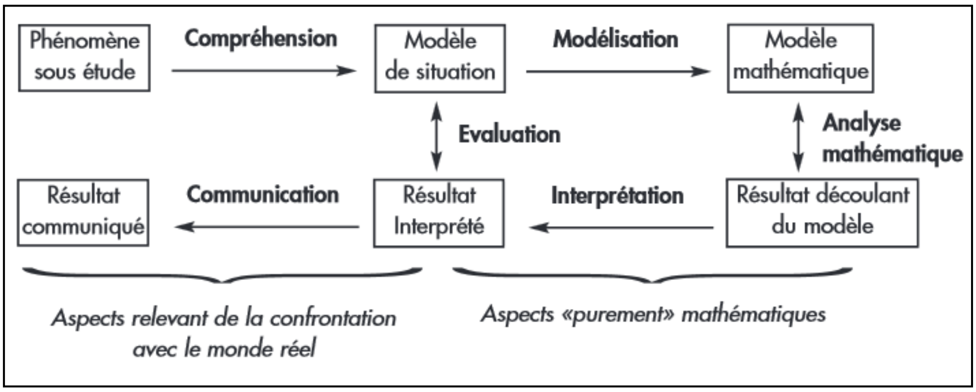


Figure 1 : Diagramme schématique du processus de modélisation (Fagnant et al., 2003, p.30)

Le point de départ est la situation à traiter. La première phase est la **compréhension** du problème à traiter. Plus précisément, cette première phase consiste, pour l'élève, à faire ressortir les éléments importants mentionnés dans l'énoncé du problème et les relations tant causales que temporelles entre ces éléments. Cela suppose que ce dernier dispose de connaissances relatives au phénomène sous étude, autrement dit de connaissances du monde réel. Cette première phase aboutit à la **construction d'un modèle de situation** (Staub & Reusser, 1995 ; Van Dijk & Kintsch, 1983) et fait intervenir plusieurs heuristiques telles que « représenter le problème », autrement dit faire un dessin, un schéma, un tableau ou reformuler le problème ; « distinguer les données utiles des données inutiles » et « utiliser ses connaissances du monde réel » (Verschaffel *et al.*, 2000). Dans la deuxième phase, l'apprenant est invité à « transformer » le modèle de situation en un **modèle mathématique**, on parle alors de modélisation. Cela suppose d'exprimer les éléments et relations clés dans un langage mathématique. Des ressources mathématiques – connaissances, savoir-faire et stratégies de résolution – sont ici nécessaires. La troisième phase consiste à appliquer une **analyse mathématique** au modèle mathématique. En s'appuyant sur le modèle mathématique et sur les connaissances mathématiques connexes, l'apprenant effectue les opérations nécessaires et aboutit à un ou plusieurs résultats. Les heuristiques « test et re-test », « recherche de régularités », « réaliser un organigramme » et « simplifier les nombres » peuvent être utilisées à cette étape-ci. Il s'agit ensuite, pour l'apprenant, d'**interpréter** le ou les résultat(s) à la lumière du modèle de situation (phase 4). Plus précisément, l'apprenant doit examiner le sens de son résultat au regard des informations contextuelles retenues comme pertinentes de même que la plausibilité et l'aspect réaliste de la solution. Finalement, l'apprenant **communique** les résultats interprétés (phase 5). Si l'apprenant considère la solution comme appropriée, il la communique. Dans le cas contraire, il doit réexaminer le modèle de situation ce qui le conduira à un modèle mathématique adapté si le nouveau modèle de situation est cette fois-ci approprié.

Ce modèle théorique de résolution de problèmes a donné lieu à de nouvelles pratiques d'enseignement et apprentissage consignées au sein d'un dispositif pédagogique. Ce dernier comprend, tout d'abord, l'enseignement d'une démarche de résolution de problèmes en cinq

[2] Notons qu'il ne s'agit pas de la version originelle du diagramme mais bien d'une version amendée suite aux différentes recherches menées par Verschaffel et ses collègues.

phases – compréhension, modélisation, analyse mathématique, interprétation et communication – combinés à huit heuristiques – faire un dessin ; faire un schéma, un tableau ; distinguer les données pertinentes des données non pertinentes ; utiliser ses connaissances du monde réel ; faire un organigramme ; appliquer le test et retest, chercher des régularités et simplifier les nombres. Ensuite, ce dispositif rompt avec la batterie de problèmes stéréotypés et peu diversifiés proposée habituellement dans les classes en suggérant des problèmes plus réalistes et non-routiniers qui rendent nécessaires et pertinents le passage par la modélisation mathématique. Ensuite, ce dispositif invite à modifier nos méthodes d'enseignement en favorisant la résolution des problèmes par petits groupes afin de tirer profit du conflit socio-cognitif et d'encourager le développement d'habiletés métacognitives via les échanges. La comparaison des démarches de résolution et des solutions est également vivement encouragée en ce qu'elle permet de construire la démarche de résolution sur base de ce que les élèves ont produit. De surcroît, pendant toute la durée de l'implémentation du dispositif, l'enseignant est invité à intervenir afin de déconstruire les croyances et présupposés erronés et instaurer de nouvelles normes socio-mathématiques, pour reprendre les termes de Cobb, Yackel et Wood (1992), plus compatibles avec les nouvelles pratiques instaurées (Verschaffel et al., 2000).

Comme nous pouvons le constater, l'idée de la modélisation mathématique est donc bien de rompre avec le développement d'une expertise technique laquelle, bien souvent, aliène les apprenants à l'autorité des mathématiques et les prive d'autonomie. L'accent est plutôt porté sur le développement d'une habileté et d'une disposition à utiliser les mathématiques comme un outil critique permettant d'analyser les problématiques du monde réel (Mukhopadhyay & Greer, 2001 ; Van Dooren, Verschaffel, Greer, De Bock & Crahay, 2010).

Comme précisé dans l'introduction, ce dispositif a fait l'objet de plusieurs études empiriques auprès d'enfants de cinquième primaire, principalement (Verschaffel & De Corte, 1997 ; Verschaffel *et al.*, 2000). Les résultats indiquent que, comparativement aux élèves du groupe contrôle, ceux qui ont bénéficié d'un tel dispositif ont développé des croyances et présupposés plus appropriés à l'égard de la résolution de problèmes, recourent significativement plus aux heuristiques enseignées et, ont de meilleures performances suite à l'intervention.

Par ailleurs, bien que la persévérance, définie par Brault-Labbé et Dubé (2008) comme « la force comportementale qui favorise en dépit des obstacles rencontrés, la poursuite des actions que nécessite l'engagement » (p.731) ait surtout été investiguée au niveau de la scolarité non obligatoire en lien avec l'abandon des études, Verschaffel et ses collègues se sont également brièvement intéressés aux effets de leur dispositif sur la persévérance des élèves. Il en ressort que, les élèves du groupe expérimental font preuve de davantage de persévérance à la fin du dispositif qu'avant le début de son implémentation et ce, comparativement à leurs homologues du groupe contrôle (Verschaffel *et al.*, 2000). En outre, une étude menée en sixième primaire montre que les élèves qui persévèrent le plus dans la résolution de problèmes mathématiques sont également ceux qui ont une vision processuelle de la résolution de problèmes, dit autrement, ceux dont les croyances et présupposés relatifs à la résolution de problèmes sont en phase avec les pratiques d'enseignement et apprentissage décrites plus tôt (Depaepe, De Corte & Verschaffel, 2007).

2.3 Hypothèses basées sur ces constats

Notre première question de recherche porte sur l'évaluation de l'effet d'un dispositif (figure 2), semblable à celui proposé par Verschaffel *et al.* (2000) en ce qu'il propose des problèmes plus réalistes et non routiniers, comprend l'enseignement d'une démarche de résolution basée sur des heuristiques proches des phases et heuristiques figurant dans le modèle de Verschaffel et de ses collègues et rompt avec les méthodes d'enseignement traditionnelles en encourageant la résolution par groupe et la comparaison des productions d'élèves. Plus précisément, sur la base des résultats présentés plus tôt, nous émettons l'hypothèse que la mise en place d'un tel dispositif devrait aboutir à des résultats prometteurs tant en termes de fréquence d'utilisation des heuristiques enseignées qu'en termes de performances. Par ailleurs, bien que les recherches présentées plus tôt s'attardent peu sur la persévérance, plusieurs auteurs (Bouchard & Viau, 2000 ; Linnenbrink, 2007) ont mis en avant la présence d'un lien positif étroit entre les stratégies cognitives et métacognitives et la persévérance. Fiedler et Beier (2014), pour leur part, présentent la persévérance comme une condition préalable fondamentale à la performance académique. Sur la base de ces constats, nous postulons que le développement de stratégies cognitives et métacognitives promu au sein de notre dispositif devrait également favoriser la persévérance des apprenants face à une tâche de résolution de problèmes.

De plus, en prenant appui sur la littérature distinguant les résolveurs novices des résolveurs experts (Houdement, 2014 ; Muir *et al.*, 2008 ; Schoenfeld, 1992), nous postulons que ce dispositif sera plus bénéfique aux élèves qualifiés de « faibles » en résolution de problèmes qu'à ceux définis comme « forts ». Effectivement, ces derniers, contrairement aux premiers, sont reconnus pour contrôler activement leur processus de résolution, pour identifier des problèmes semblables sur base de leur structure mathématique, pour résoudre les problèmes en mobilisant les phases du processus de résolution de problème suggéré par Verschaffel *et al.* (2000) et pour utiliser de façon pertinente une variété d'heuristiques telles que représenter le problème, utiliser ses connaissances, vérifier ses calculs et sa démarche et interpréter le résultat obtenu au regard de l'énoncé. Cette hypothèse colore notre deuxième question de recherche qui s'intéresse au(x) profil(s) d'élèves à qui bénéficie le dispositif mis en place.

Finalement, concernant notre troisième question de recherche portant sur la primauté de l'heuristique « représenter le problème », en accord avec les recherches antérieures sur le sujet (Coquin-Viennot & Moreau, 2003 ; Gamo *et al.,* 2011 ; Kintsch & Greeno, 1985 ; Riley *et al.*, 1983 ; Thevenot *et al.*, 2007 ; Thevenot & Oakhill, 2008), nous postulons que, parmi les différentes heuristiques du processus de résolution, la construction d'une représentation du problème constituerait le meilleur prédicteur des performances en résolution de problème.

3. Méthodologie

Dans la présente partie, nous présentons l'échantillon, le dispositif expérimental, les outils de récolte de données ainsi que les modalités de passation.

3.1 Echantillon

Cette étude a été menée auprès de cinq classes (107 élèves) de première secondaire issues d'un établissement situé en Belgique francophone présentant un indice socio-économique[3] plutôt faible. Pour la présente étude, deux groupes ont été constitués. Le groupe expérimental (N: 65; $Garçons$: 33; $Age\ moyen\ \pm ET$: 12,1 $\pm$ 0.39) a bénéficié d'une intervention ciblée sur la résolution de problèmes. Le groupe contrôle (N: 42; $Garçons$: 20; $Age\ moyen\ \pm ET$: 12,4 $\pm$ 0.74), pour sa part, a travaillé les mêmes problèmes que le groupe expérimental mais sans consigne prédéfinie.

3.2 Dispositif expérimental

Le dispositif (figure 2) couvre cinq semaines auxquelles s'ajoutent trois semaines de prétest, posttest et test de rétention (3 mois après l'intervention).

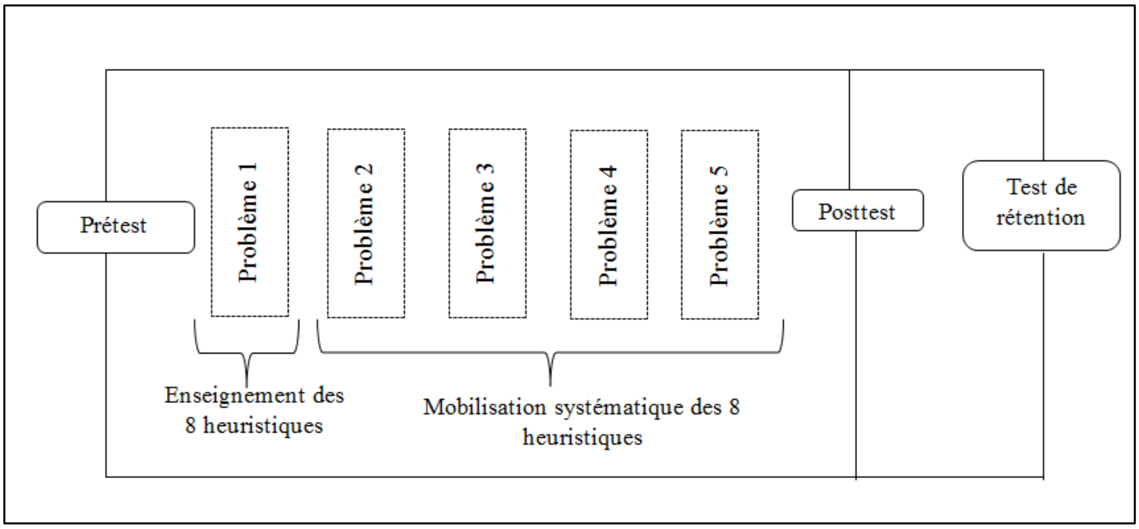


Figure 2 : Schématisation du dispositif expérimental

Chaque semaine du dispositif, deux heures sont consacrées à la résolution d'un problème selon une démarche de résolution bien précise qui consiste à mobiliser huit heuristiques que sont « représenter le problème », « estimer la solution », « utiliser ses connaissances pour identifier le type de problème », « faire un plan de résolution », « faire les calculs nécessaires », « vérifier ses calculs et sa démarche », « interpréter le résultat obtenu » et « communiquer la solution » (Tableau 1). Ces heuristiques sont largement inspirées du modèle de Verschaffel *et al.* (2000), de la démarche de résolution suggérée par Fagnant et Demonty (2004) dans leur guide méthodologique et de la littérature sur les résolveurs experts (Houdement, 2014 ; Muir *et al.,* 2008 ; Schoenfeld, 1992). A ce propos, si les seconds mettent en avant l'importance d'estimer la solution a priori et de confronter cette estimation au résultat obtenu de même que l'importance de vérifier sa démarche et ses calculs ; les derniers attirent l'attention sur la nécessité de prendre le temps de décoder le problème et d'identifier, sur base de sa structure mathématique, de quel type de problème il s'agit. La figure 3 propose une modélisation de la démarche de résolution figurant dans notre dispositif. Les doubles flèches indiquent l'aspect circulaire de la démarche.

[3] Cet indice varie entre 1 et 20 et prend en compte cinq facteurs : le revenu par habitant, le niveau de diplôme des parents, le taux de chômage, les activités professionnelles et le confort des logements (Ministère de la Communauté française, 2009).

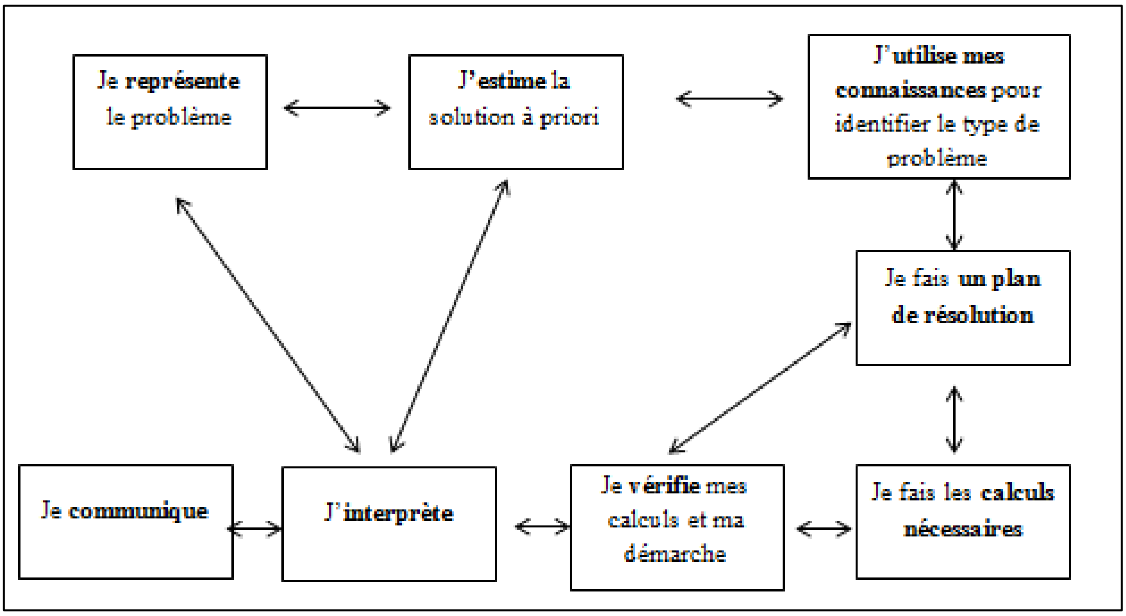


Figure 3 : Modélisation de la démarche de résolution enseignée

Les problèmes, pour leur part, sont tirés du guide méthodologique construit par Fagnant et Demonty (2005) qui, lui-même repose sur le processus de modélisation de Verschaffel *et al.* (2000). Les problèmes ont été sélectionnés de sorte à mettre l'accent sur les huit heuristiques enseignées. Par ailleurs, nous avons également veillé à varier les concepts mathématiques sous-jacents (traitement de données, solides et figures, partages inégaux, proportionnalité et calculs de coûts). Une analyse plus détaillée des problèmes proposés dans le dispositif est proposée en annexe 3.

Tableau 1 : Parallélisme entre le modèle de Verschaffel et al. (2000) et les heuristiques de notre dispositif.

Phases du modèle de Verschaffel *et al.*(2000)	**Heuristiques de notre démarche de résolution**	**Questions « Guide »**
Compréhension	Faire un dessin, schéma, tableau de la situation ou reformuler l'énoncé	Ma représentation du problème contient-elle : - les éléments du contexte (= de quoi on parle) ? - les données importantes ? - la question (= ce qu'on cherche) ? - les relations entre les données et la question ?
	Estimer la solution a priori	- Quel type de réponse vais-je avoir (un prix, une mesure, etc.) ? - Quelle pourrait être approximativement la réponse ? - Dans quelle fourchette la réponse va-t-elle se trouver ?
Modélisation mathématique	Utiliser ses connaissances	- Ai-je déjà résolu un problème semblable - De quel type de problème s'agit-il (proportionnalité, traitement de données, solides et figures, etc.) ? - Quel(s) outil(s), formule(s), propriété(s) mathématique(s) vais-je utiliser pour le résoudre ?
	Faire un plan de résolution	- Ai-je bien indiqué toutes les étapes intermédiaires me permettant de répondre à la question de départ ? - Ai-je bien indiqué les étapes dans le bon ordre ?
Analyse mathématique	Faire les calculs nécessaires	- Ai-je bien respecté les étapes de mon plan de résolution ?
	Vérifier ses calculs et sa démarche	- Ai-je fait ce qui était demandé ? - Est-ce que j'ai suivi mon plan de résolution ? - Est-ce que j'ai vérifié mes calculs ?
Interprétation	Interpréter le résultat obtenu	- Ma solution a-t-elle du sens par rapport à l'énoncé ? - Ma solution est-elle plausible ? - Mon estimation est-elle proche de la solution obtenue ?
Communication	Communiquer la solution	- La solution est-elle exprimée par une phrase claire ? - Les unités sont-elles présentes ?

En termes de méthodologie, nous nous sommes inspirés des propositions faites par Fagnant et Demonty (2005) dans leur guide méthodologique et de celles de Verschaffel *et al.* (2000). Plus précisément, un premier problème est résolu par groupe de 3-4 élèves et les productions de chaque groupe sont comparées afin de faire émerger les huit heuristiques. Ces heuristiques sont ensuite enseignées aux élèves selon la règle WWW&H (What, Why, When and How) suggérée par Veenman, Van Hout-Wolters et Afflerbach (2006). L'enseignant explique en quoi consiste l'heuristique, l'utilité de celle-ci, à quel moment dans la démarche de résolution cette heuristique doit être convoquée et la manière de la mettre en œuvre. Quatre autres problèmes sont ensuite résolus individuellement et corrigés avec toute la classe selon une méthodologie ouverte selon laquelle les différentes représentations du problème, démarches de résolution et solutions sont confrontées et analysées. Pendant la correction l'enseignant insiste sur l'importance de mobiliser les huit heuristiques. Un exemple d'une telle résolution est proposé en annexe 2. On peut également y voir l'évolution des productions de deux élèves entre le prétest et le posttest.

En outre, si encourager les élèves à se poser d'eux-mêmes les questions « guide », recensées dans le tableau 1, pendant la résolution d'un problème, stimule et renforce leur capacité à autoréguler leurs activités cognitives, ces derniers ont, dans la même optique, été invités à réfléchir sur leurs propres processus mentaux. A cet effet, plusieurs questions leur ont été posées, pour certains par écrit et, pour d'autres oralement, tantôt, pendant la résolution du problème (ex. Qu'est-ce que je fais pour le moment ? ; Pourquoi je le fais ?) tantôt, une fois celle-ci terminée (ex. Comment t'y es-tu pris pour résoudre le problème ? Quelles sont les difficultés que tu as rencontrées pendant la résolution du problème ? A ton avis à quoi sont-elles dues ?) (Colognesi, 2015).

Notons que, dans un souci de validité écologique, le dispositif a été implémenté par les enseignants eux-mêmes qui, préalablement, avaient été formés à la démarche de résolution et à la méthodologie proposée au sein du dispositif.

3.3 Mesures

Afin de répondre aux trois objectifs qui sous-tendent la présente recherche, les élèves ont été invités à compléter deux questionnaires et ce, à trois moments clés : avant l'intervention (prétest), après l'intervention (posttest) et trois mois après la fin de l'intervention (test de rétention).

Un premier questionnaire nous a permis de mesurer la persévérance au travers de 8 items (annexe 4). Ces derniers sont inspirés de l'échelle de persévérance de l'« Attitude Toward Mathematics Survey (ATM) », un des seuls outils existant proposant une échelle de persévérance isolée de l'engagement comportemental (Fredricks & McColskey, 2012). Une étude menée sur des élèves du secondaire met en évidence des propriétés psychométriques satisfaisantes (Fredricks & McColskey, 2012). Les items de l'ATM ont été traduits en français et adaptés, par nos soins, au contexte de la résolution de problèmes mathématiques. Les élèves ont été invités à indiquer la fréquence avec laquelle ils adoptent le comportement décrit à l'aide d'une échelle de Likert en 4 points (1 = « Jamais » ; 4 = « Presque toujours »).

Un second questionnaire nous a permis d'appréhender les performances en résolution de problèmes. Ce dernier revêt la forme d'un test classique comportant trois problèmes insistant chacun un peu plus sur une heuristique de résolution. A ce propos, l'heuristique « représenter le problème » est mise à l'honneur dans le problème 1 du prétest, du posttest et du test de rétention ; l'heuristique « faire un plan de résolution » est en jeu dans le deuxième problème et, l'heuristique « interpréter la solution» est, quant à elle, incontournable pour résoudre le problème 3 tant du prétest, du posttest que du test de rétention (annexe 1). Précisons que pour chaque temps de mesure, ce sont les trois mêmes structures mathématiques qui ont été utilisées pour concevoir les énoncés des problèmes. Par ailleurs, les élèves ont reçu comme consignes d'indiquer toute leur démarche et tous leurs calculs sur la feuille, de ne rien effacer mais de barrer si nécessaire. Chaque problème a été évalué selon une échelle binaire (1 : réponse correcte ; 0 : réponse incorrecte). Les heuristiques, ont, quant à elles, été mesurées sur base des productions écrites. Plus précisément, nous avons relevé la présence ou non de chacune des huit heuristiques dans chacune des productions du prétest, du posttest et du test de rétention, ce qui, nous a permis d'obtenir un score par heuristique (1 : présent ; 0 : absent) ainsi qu'un score global. Notons que c'est la présence des heuristiques qui a été évaluée et non leur justesse.

Précisons que pour chaque temps de mesure (prétest, posttest et test de rétention), les élèves ont d'abord résolu les trois problèmes (entre 15 min et 1h15) avant de compléter le questionnaire sur la persévérance et ce, afin d'avoir une représentation commune d'un problème mathématique.

Par ailleurs, comme le soulignent Durlak et DuPre (2008), on ne peut interpréter les résultats d'un dispositif sans s'être assuré préalablement que les composantes du dispositif ont été effectivement et correctement administrées. C'est pour cette raison que nous avons recueilli des informations relatives à la fidélité de l'implémentation. Plus précisément, les enseignants du groupe expérimental ont été invités à compléter, de façon hebdomadaire, un carnet de bord avec leur ressenti, le vécu des élèves, les modalités de travail utilisées ainsi que les adaptations éventuelles effectuées. Par ailleurs, s'il est possible de mesurer, en aval, la fidélité de l'implémentation, il est également possible de favoriser une bonne implémentation en amont. A cet effet, suite aux recommandations de plusieurs chercheurs (Dusenbury, Brannigan, Falco & Hansen, 2003 ; Saddler & Graham, 2005), nous avons formé, durant une journée, les enseignants au processus de modélisation mathématique et à la méthodologie ouverte et nous leur avons fourni un guide de consignes détaillé. De plus, nous les avons rencontrés à trois reprises afin de discuter des difficultés rencontrées, de faire le point sur les activités réalisées et de planifier la suite de l'intervention.

4. Résultats et discussion

4.1 Evaluation du dispositif

Pour traiter notre première question qui est d'évaluer les effets d'un dispositif visant le développement d'une démarche de résolution et d'habiletés métacognitives chez les élèves, des analyses de variance (ANOVAs) à deux facteurs ont été menées. Un facteur « temps » à trois niveaux (prétest, postest et test de rétention) et un facteur « condition » (expérimentale versus contrôle) ont été définis. Les huit heuristiques enseignées, la persévérance et les performances ont, tour à tour, constitué la variable dépendante.

Pour les cas où l'analyse de variance a mis à jour une différence significative d'évolution entre les groupes, nous avons mené une analyse conjointe, des tests-t pour mesures appariées, afin d'être en mesure de caractériser cette différence avec plus de précision. De surcroît, afin d'éviter une potentielle inflation de l'erreur alpha, nous avons appliqué la correction de Bonferroni aux tests-t (Field, 2013) et rapportons ici les p-valeur corrigées. Par ailleurs, notons que la normalité des distributions ainsi que l'égalité des variances satisfont les conditions requises. Notons l'équivalence entre les groupes en termes de genre

(($\chi^2(1, \mathrm{N} = 107) = 0.006, \mathrm{n.s}$), d'âge ($\mathrm{t}(41{,}028) = 1.089, \mathrm{n.s}$)[4], de performances initiales ($\mathrm{F}(1{,}105) = 0.140, \mathrm{n.s}$), de fréquence d'utilisation des heuristiques ($\mathrm{F}(1, 105) = .638, \mathrm{n.s}$) et de persévérance ($\mathrm{F}(1, 105) = 3.899, \mathrm{n.s}$).

Tout d'abord, comme illustré à la figure 4, les deux groupes présentent une évolution différente dans la fréquence d'utilisation des heuristiques enseignées entre le prétest (1), le posttest (2) et le test de rétention (3) ($F(1{,}105) = 31.11, p < .001, \eta^2 = .24$).

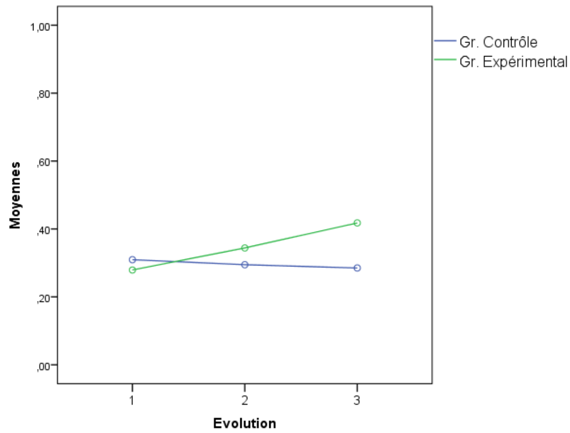


Figure 4 : Evolution de la fréquence d'utilisation des heuristiques

Plus précisément, le groupe ayant suivi le dispositif mobilise significativement plus les huit heuristiques enseignées lors du posttest ($M = 0.38, ET = 0.12$) que lors du pré-test ($M = 0.28, ET = 0.13$) ($t(64) = -4.1, p < .002$) et cette augmentation se poursuit trois mois après l'intervention – test de rétention – ($M = 0.45, ET = 0.12$) ($t(62) = -4.7, p < .002$).

Une analyse plus fine permet d'identifier les heuristiques sur lesquelles ces deux groupes se distinguent. Une première distinction entre les groupes s'observe pour l'heuristique « représenter le problème » ($F(1{,}105) = 37.7, p < .001, \eta^2 = .27$) (Figure 5). Plus particulièrement, les élèves du groupe expérimental représentent davantage le problème lors du posttest ($M = 0.62, ET = 0.36$) que lors du prétest ($M = 0.28, ET = 0.27$) ($t(64) = -8.5, p < .001$) et cette augmentation se poursuit trois mois après la fin de l'implémentation du dispositif ($M = 0.78, ET = 0.33$) ($t(62) = -4.2, p < .001$). Cela traduit une propension plus importante des élèves du groupe expérimental à représenter le problème que ce soit via une schématisation, un dessin, un tableau, ou une reformulation de l'énoncé.

[4] Le test de Levene est significatif *(F=7.655, p=.007)*. Donc nous avons opté pour le test-t pour variances non homogènes.

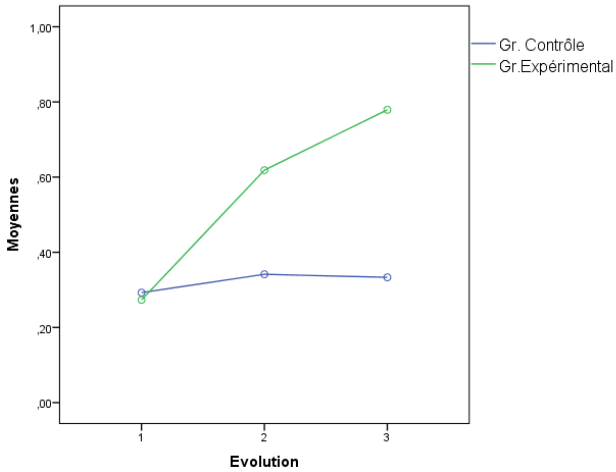


Figure 5 : Evolution de la fréquence d'utilisation de l'heuristique « représenter le problème »

L'heuristique qui consiste à utiliser ses connaissances antérieures[5] constitue une deuxième distinction entre les deux groupes (*F(1,105) = 20,16, p< .001* $\eta^2 = .17$). Effectivement, comme l'illustre la figure 6, l'évolution entre les trois temps de mesure de la fréquence d'utilisation de cette heuristique n'est pas semblable pour les deux groupes.

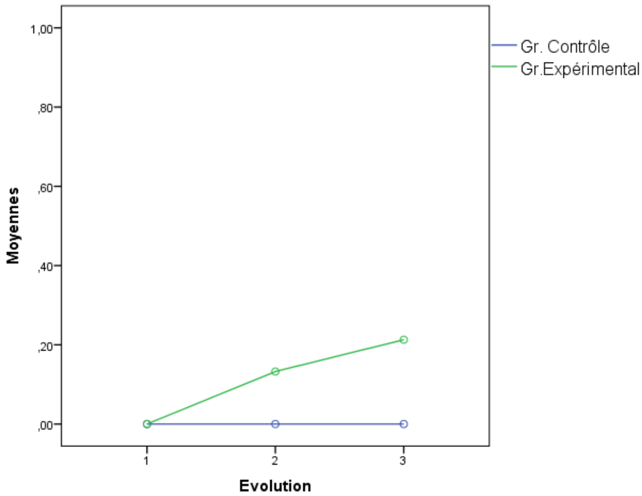


Figure 6 : Evolution de la fréquence d'utilisation de l'heuristique « utilisation de ses connaissances »

Plus précisément, les élèves du groupe expérimental mobilisent significativement plus cette heuristique au posttest ($M = 0.13, ET = 0.26$) qu'au prétest ($M = 0.0, ET = 0.0$) (*t(64) = -4.5, p < .002*). Cette augmentation a tendance à se maintenir trois mois après la fin de l'implémentation ($M = 0.22, ET = 0.35$) (*t(62) = -2.1, p=.072).* En d'autres termes, les élèves du groupe expérimental s'interrogent davantage au posttest qu'au prétest, sur le type de problème qu'ils ont face à eux, sur leur degré de familiarité avec ce type de problème et sur les outils à mobiliser pour le résoudre.

[5] L'heuristique « connaissances antérieures » consiste à faire appel aux concepts, algorithmes et formules mathématiques appris au cours des leçons précédentes pour résoudre un problème donné.

Une évolution différente entre les deux groupes s'observe également pour l'heuristique « faire un plan de résolution » (*F(1,105) = 10.26, p= .002,* $\eta^2 = .09$) (Figure 7). Si les deux groupes présentent une évolution comparable entre le prétest et le posttest, les élèves du groupe expérimental se démarquent des élèves du groupe contrôle au niveau du test de rétention. Plus précisément, au test de rétention ($M = 0.19, ET = 0.32$), le plan de résolution est significativement plus mobilisé par les élèves du groupe expérimental qu'au posttest ($M = 0.09, ET = 0.17$) (*t(62) = -2.8, p = .021*). Soulignons que le score au test de rétention a tendance à être significativement plus élevé que celui au prétest ($M = 0.10, ET = 0.17$) (*t(63) = -2.3, p = .072*).

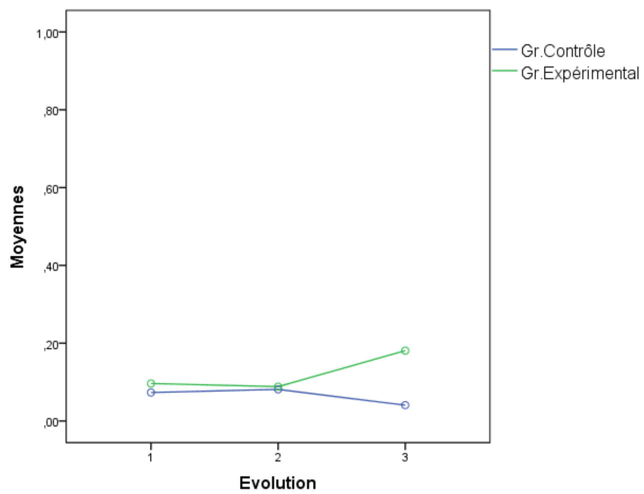


Figure 7 : Evolution de la fréquence d'utilisation de l'heuristique « faire un plan de résolution »

Ces premiers résultats traduisent la mobilisation spontanée, par les élèves, de certaines heuristiques, signe d'une forme d'autorégulation par l'élève de son processus de résolution. Ce résultat quantitatif est appuyé par quelques données qualitatives extraites d'entretiens entre l'enseignant et certains élèves venant ainsi conforter les observations de Verschaffel *et al.* (2000). Plus précisément, si lors du premier problème, les apprenants ont manifesté de la difficulté à verbaliser leurs activités cognitives, ils traduisent plus précisément les étapes de leur raisonnement au fur et à mesure que le temps passe. Ce constat est appuyé par les deux extraits suivants :

Enseignant : Es-tu satisfait de ta production par rapport à la demande ? Explique.

Yassine (Problème 1) : Non car je n'ai pas bien calculé.

Yassine (Problème 2, une semaine plus tard) : Non, car je me suis trompé dans la part de Yassine et Walid, j'ai inversé leur argent, j'ai donné 6€ à Yassine et 4€ à Walid ».

Sarah (Problème 1) : Non, car je n'ai pas réussi à le faire.

Sarah (Problème 2, une semaine plus tard) : Non, parce que j'ai fait une faute de calcul qui a tout fait bousculer.

En ce qui concerne la persévérance, notons, en guise de préalable, que la validité interne du questionnaire opérationnalisant cette variable a été confirmée par une analyse factorielle confirmant la présence d'une seule dimension (KMO = .74 ; 32,2% de variance expliquée) et par des alphas de Cronbach (entre 0.69 et 0.81). Cependant, contrairement à notre hypothèse, aucune différence significative d'évolution entre les groupes n'a pu être observée (*F(1,105) = .90, n.s*).

Par ailleurs, si, les deux groupes présentent une évolution comparable de leur performance globale entre les trois temps de mesure (F*(1,105) = 2.04, n.s.*), ils se distinguent au niveau du problème 1 (*F(1,105) = 6.63, p=.011,* $\eta^2 = .06$) (Figure 8). Rappelons que l'heuristique « représenter le problème » est d'une grande aide pour solutionner ce problème. Plus précisément, les performances des élèves du groupe ayant bénéficié du dispositif augmentent significativement entre le posttest ($M = 0.42, ET = 0.48$) et le test de rétention ($M = 0.58, ET = 0.37$) (*t(62) = -2,7, p=.027*). Notons que le score atteint au test de rétention est significativement supérieur à celui du prétest ($M = 0.41, ET = 0.35$) (*t(63) = -3.4, p=.003*).

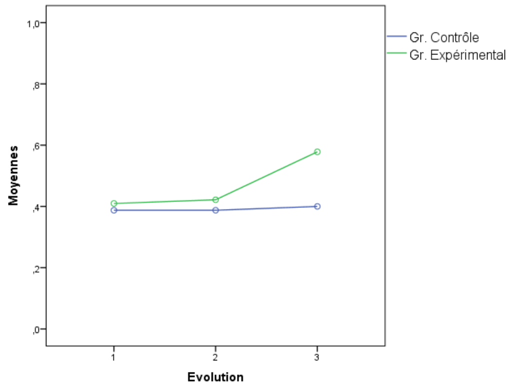


Figure 8 : Evolution des performances au problème 1

Ces résultats sont analysés de façon plus approfondie dans la discussion.

4.2 Bénéfices du dispositif pour les élèves « faibles » et « forts »

Le second objectif poursuivi par la présente étude était de voir dans quelle mesure le dispositif proposé bénéficie tant aux élèves « faibles » qu'aux élèves « forts » en résolution de problèmes. Ces deux profils d'élèves ont été définis comme tels sur la base de leur performance au prétest, les élèves présentant un score moyen inférieur à 0.5 ont été qualifiés de « faibles » tandis que ceux présentant une note moyenne supérieure à 0.8 ont été qualifiés de « forts ». Afin de traiter ce second objectif, nous avons réalisé des analyses de variance univariées (ANOVAs) avec deux facteurs. Un facteur « temps » à trois niveaux (prétest, posttest et test de rétention) et un facteur « condition » à deux niveaux (condition expérimentale versus condition contrôle) ont été définis. Ces analyses n'ont été menées que sur une partie de l'échantillon, dans un premier temps sur les élèves listés comme « faibles » en résolution de problèmes et, dans un second temps, sur les élèves listés comme « forts ». Les huit heuristiques enseignées, la persévérance et les performances ont, à nouveau, joué le rôle de variable dépendante. De surcroît, des analyses de variance multivariées (MANOVAs) attestent de l'absence de différence initiale entre les élèves « forts » des deux conditions et les élèves « faibles » des deux conditions (annexe 5).

Tout d'abord, il apparaît que, les élèves « faibles » du groupe expérimental présentent une évolution significativement différente concernant l'heuristique « représenter le problème » comparativement aux élèves « faibles » du groupe contrôle (*F(1,68) = 22,5, p<.001,* $\eta^2 = .30$*).* Une analyse plus détaillée montre que les élèves « faibles » du groupe avec dispositif recourent significativement plus à cette heuristique entre le prétest ($M = 0.27,\ ET = 0.28$) et le posttest ($M = 0.37, ET = 0.35$) (*t(46) = -6.1, p<.002)* et que cette augmentation se poursuit trois mois après l'implémentation du dispositif ($M = 0.47, ET = 0.38$) (*t(45) = -3.2, p=.004)*. Les deux groupes se distinguent également sur l'heuristique « utiliser ses connaissances » (F*(1,68) = 9,13, p=.004,* $\eta^2 = .15$*)*. Les élèves « faibles » du groupe expérimental mobilisent significativement plus cette heuristique au posttest ($M = 0.03, ET = 0.17$) qu'au prétest ($M = 0.0, ET = 0.0$) (*t(46) = -2.7, p=.020)* et cette tendance se maintient trois mois après l'implémentation du dispositif ($M = 0.04, ET = 0.18$) (*t(45) = -1.9, n.s.)*.

En ce qui concerne les élèves « forts », ceux ayant suivi le dispositif se distinguent des « forts » du groupe contrôle sur une seule dimension : l'heuristique « représenter le problème» (F*(1,15) = 4,3, p=.06,*$\eta^2 = .27$*)*. Soulignons que, bien qu'il s'agisse d'une différence à tendance significative, la taille d'effet confirme la présence d'une différence digne d'intérêt. Le petit nombre de sujets explique sans doute les résultats obtenus. Plus précisément, les élèves du groupe expérimental tendent à utiliser significativement plus l'heuristique « représenter le problème » entre le prétest ($M = 0.28, ET = 0.25$) et le posttest ($M = 0.65, ET = 0.34$) (t*(11) = -3.2, p=.018)* et cette augmentation à tendance à se poursuivre trois mois après la fin de l'implémentation du dispositif ($M = 0.75, ET = 0.35$) (t*(11) = -2.5, p=.064)*.

4.3 Heuristiques prédictrices des performances en résolution de problèmes

Afin d'identifier la contribution spécifique de chaque heuristique au sein du dispositif expérimental, nous avons réalisé des régressions linéaires multiples. Précisons que la normalité, la multicolinéarité ainsi que la valeur des résidus standardisés sont acceptables. En contrôlant pour le genre et les performances antérieures, l'analyse de régression révèle que seule l'heuristique « interpréter le résultat obtenu » prédit significativement les performances en résolution de problèmes (*β=.65, p<.001)*. Cette dernière explique 42% des performances. Ce résultat est en contradiction avec les études antérieures qui mettent en avant l'heuristique « représenter le problème ».

Tableau 2 : Analyse de régression des heuristiques prédisant les performances à l'ensemble des problèmes

	Performances au problème n°2	
Etapes	1	2
Représenter	.15	
Faire un plan	.04	
Faire les calculs	.01	
Vérifier	.01	
Interpréter	.64*	.65*
Communiquer	.14	

**p≤.001 ** .001<p<.05*

Par ailleurs, nous souhaitions compléter ce résultat par une analyse des heuristiques spécifiques à chaque problème. Effectivement, cette démarche nous permet de voir si les élèves adaptent leurs stratégies de résolution et donc le type d'heuristiques utilisé au type de problème proposé. L'analyse montre qu'aucune heuristique ne prédit les performances au problème n°1, centré sur l'heuristique « représenter le problème » (Tableau 4).

Tableau 3 : Analyse de **régression** des heuristiques prédisant les performances au problème n°1

	Performances au problème n°1
Représenter	.02
Faire un plan	.10
Faire les calculs	.06
Interpréter	.16
Communiquer	.02

*$*p \leq .001$ ** $.001 < p < .05$*

Les performances au problème n°2, centré sur l'heuristique « faire un plan de résolution », sont expliquées par cette même heuristique (*R^2=4,4%)* ainsi que par l'heuristique « communiquer la solution » (*R^2=6,5%)* (Tableau 4). Notons que les pourcentages de variance expliqués sont assez faibles.

Tableau 4 : Analyse de régression des heuristiques prédisant les performances au problème *n°2*

	Performances au problème n°2	
Etapes	1	2
Représenter	.005	
Faire un plan	.205**	.206**
Faire les calculs	.004	
Communiquer	.267**	.268**

*$*p \leq .001$ ** $.001 < p < .05$*

Quant aux performances au problème n°3, elles sont expliquées pour 82% par l'heuristique « interpréter le résultat obtenu » (tableau 5). Ces résultats sont discutés au point suivant.

Tableau 5 : Analyse de régression des heuristiques prédisant les performances au problème n°3

	Performances au problème n°3	
Etapes	1	2
Représenter	.020	
Faire un plan	.017	
Faire les calculs	.001	
Vérifier	.010	
Interpréter	.915*	.904*
Communiquer	.046	

**p≤.001 ** .001<p<.05*

4.4 Discussion

Un premier constat qui ressort est l'effet bénéfique du dispositif en termes de fréquence d'utilisation des heuristiques enseignées, de développement d'habiletés métacognitives et, de façon moins notable, d'amélioration des performances. Nos résultats s'accordent donc avec les données recueillies en Flandres sur un public plus jeune (De Corte & Verschaffel, 2002 ; De Corte, Verschaffel & Masui, 2004 ; Verschaffel & De Corte, 1997 ; Verschaffel *et al.*, 2000). Cependant, les effets observés ne concernent que certaines heuristiques de résolution et une partie des performances.

Effectivement, aucune différence d'évolution entre les groupes n'a pu être observée pour les heuristiques « vérifier sa démarche et ses calculs », « interpréter le résultat obtenu » et « communiquer la solution ». Concernant l'heuristique « vérifier sa démarche et ses calculs », bien que figurant dans la démarche de résolution de problème enseignée, nous avons constaté qu'elle était souvent négligée, par l'enseignant, lors de la correction, ce qui pourrait expliquer l'absence de différence entre les groupes. Par ailleurs, les traces d'interprétation du résultat présentes sur les productions écrites des élèves laissent supposer que, contrairement à la vérification, l'interprétation a été exploitée par l'enseignant, lors des corrections. Cependant, le poids du Word Problem Schemata sur les démarches de résolution adoptées par les élèves et, l'absence, dans le dispositif, d'une déconstruction explicite des croyances et présupposés erronés concernant la résolution de problèmes et, plus précisément, concernant la nécessité de prendre en compte les connaissances du monde réel, peut expliquer, en partie, l'évolution semblable des deux groupes sur l'heuristique « interpréter le résultat obtenu ». Rappelons que cette heuristique consiste, entre autre, à vérifier si la solution a du sens par rapport au contexte du problème. Finalement, nous pensons que l'importance accordée par les épreuves externes certificatives (le certificat d'études de bases (CEB) et le certificat d'études du premier degré de l'enseignement secondaire (Ce1d)) à la communication du résultat a « popularisé » cette heuristique au sein des pratiques enseignantes. Cette hypothèse repose sur la présence, pour chaque item de résolution de problèmes du CEB (Figure 9) et du Ce1d (Figure 10), d'une demande explicite de communiquer le résultat.

ÉCRIS toute ta démarche et tes calculs, étape par étape.

COMMUNIQUE clairement ta réponse par une phrase.

Figure 9 : Case de réponse proposée pour les items de résolution de problèmes du CEB (Ministère de la Fédération Wallonie-Bruxelles, 2014b)

Réponse : _______ chansons

L'amplitude de l'angle $\widehat{AEB}$ vaut _______ °

Figure 10 : Exemples de phrases lacunaires proposées au Ce1d (Ministère de la Fédération Wallonie-Bruxelles, 2014a)

Ainsi, l'usage fréquent de cette heuristique en résolution de problèmes pourrait expliquer, du moins partiellement, l'évolution semblable observée au sein des deux groupes.

Par ailleurs, les résultats mettent en évidence une augmentation de la fréquence d'utilisation de l'heuristique « représenter le problème » à court et à long terme pour les élèves du groupe expérimental. Rappelons que cette heuristique est déterminante pour les phases ultérieures du processus de résolution et donc pour la réussite du problème (Coquin-Viennot & Moreau, 2003 ; Gamo *et al.,* 2011 ; Kintsch & Greeno, 1985 ; Riley *et al.*, 1983 ; Thevenot *et al.*, 2007 ; Thevenot & Oakhill, 2008). De plus, contrairement aux heuristiques « utiliser ses connaissances » et « faire un plan de résolution », l'heuristique « représenter le problème » est une heuristique qu'il est pertinent de mobiliser à chaque problème. Cette heuristique a donc été mobilisée lors des cinq séances de résolution de problème. A l'inverse, l'heuristique « faire un plan de résolution », ne sera pas invoquée si le problème ne requiert qu'une étape pour être solutionné, comme c'est le cas pour le problème n°3 du prétest. De son côté, l'heuristique « utiliser ses connaissances » ne sera pleinement utilisé qu'à partir du moment où l'élève aura rencontré des problèmes présentant des structures mathématiques différentes, aura eu l'opportunité de les identifier et de se frotter plusieurs fois à chaque type de problème afin de se constituer un répertoire de type de problèmes. A ce stade-ci, ce sont davantage les prémisses de l'heuristique qui sont observées. De plus, ces deux heuristiques n'étant ni familières aux enseignants du groupe expérimental, ni aux élèves eux-mêmes – cette heuristique ne figure pas dans les Socles de Compétences relatifs à la formation mathématiques (Administration générale de l'Enseignement et de la Recherche scientifique, 2013) –, il a fallu un temps d'appropriation à la fois aux enseignants et aux élèves. Effectivement, les modalités d'enseignement de la résolution de problèmes préconisées par le document « Socles de Compétences » sont plutôt générales, centrées sur les compétences à développer et dépourvues de conseils méthodologiques: « quatre grandes compétences transversales interagissent dans la résolution de problèmes : analyser et comprendre un message ; résoudre, raisonner et argumenter ; appliquer et généraliser ; structurer et synthétiser » (Administration générale de l'Enseignement et de la Recherche scientifique, 2013, p. 23). Ces constats nous laissent penser que les heuristiques « faire un plan de résolution » et « utiliser ses connaissances » ont été moins mobilisées tout au long du dispositif, rendant plus difficile une mobilisation à long terme. Les élèves éprouveraient des difficultés à le mobiliser de façon autonome ou n'en percevraient pas encore entièrement le sens.

Nous pensons que la durée trop courte du dispositif explique, pour partie, l'absence d'évolution des performances. Effectivement, les interventions menées par Verschaffel et De Corte (1997) et par Verschaffel *et al.* (1999) couvrent entre quinze et vingt-cinq heures tandis que la nôtre se limite à dix heures. De plus, ces chercheurs invoquent, la durée trop courte de l'intervention pour expliquer les petits effets obtenus. Cette hypothèse rejoint la précédente en soulignant la nécessité d'une intervention plus longue, afin de faire évoluer davantage les heuristiques, habituellement non mobilisées, de même que les performances. Cependant, en s'inspirant du guide méthodologique proposé par Fagnant et Demonty (2005), une autre alternative se dégage, celle d'un dispositif qui proposerait à la fois des problèmes à résoudre et des activités ciblant, plus particulièrement, une heuristique, pourquoi pas celles avec lesquelles les enseignants et les élèves sont les moins familiers afin de favoriser leur intégration et mobilisation en situation.

De plus, il apparaît que les performances au premier problème de même que la fréquence d'utilisation de l'heuristique « représenter le problème » évoluent dans le même sens entre le posttest et le test de rétention. L'évolution positive de la fréquence d'utilisation de la représentation observée chez les apprenants du groupe expérimental pourrait expliquer, en partie, l'augmentation de leurs performances à ce problème, pour lequel le passage par une représentation favorise grandement la réussite de ce dernier. Cependant, comme l'atteste l'analyse de régression, cette heuristique n'est pas un prédicteur des performances. Certains enfants résolvent donc correctement le problème sans nécessairement représenter le problème sur leur feuille.

Concernant les élèves à profils spécifiques, il apparaît que, tant les élèves « faibles » que les élèves « forts » ayant bénéficié du dispositif mobilisent significativement plus l'heuristique « représenter le problème » au posttest qu'au prétest. Il semblerait donc que cette heuristique était, avant l'implémentation du dispositif, peu utilisée, par les élèves quel que soit leur niveau de performance initial. Ce constat laisse supposer que cette heuristique n'est pas indispensable pour résoudre correctement un problème, infirmant ainsi les résultats antérieurs. Ce dernier constat est appuyé par le fait que nos résultats indiquent que la représentation ne prédit pas les performances en résolution de problèmes. Cependant, il semblerait que les heuristiques non indispensables, mais facilitant la résolution de problèmes telle que « utiliser ses connaissances » sont davantage mobilisées par les élèves « faibles » que par les élèves « forts » du groupe expérimental. Comme le soulignent Muir *et al.* (2008), les élèves « experts » maîtrisent déjà toute une série d'heuristiques de façon adaptative comme, par exemple, la capacité à identifier des problèmes semblables sur base de leur structure mathématique.

Finalement, tout en gardant à l'esprit que l'importance des heuristiques dans la résolution de problèmes dépend en partie de la nature du problème donné, il semblerait que l'heuristique « interpréter le résultat obtenu » soit un prédicteur important d'une résolution réussie. Ce constat corrobore les propos de plusieurs auteurs (Fagnant & Demonty, 2004 ; Houdement, 2014 ; Verschaffel *et al.,* 2000).

Les limites et les perspectives, tant pédagogiques que théoriques font l'objet du point suivant.

5. Limites et perspectives

Les résultats, présentés plus haut, ont d'importantes retombées, notamment, en termes de pratiques pédagogiques. Effectivement, au vu des résultats prometteurs, le dispositif testé devrait permettre d'aiguiller davantage les pratiques enseignantes sur le terrain dans le sens d'une plus grande prise en compte de l'importance de la modélisation mathématique, de la nécessité d'enseigner des heuristiques qui facilitent la résolution de problèmes et de la dimension métacognitive inhérente à l'apprentissage de la résolution de problèmes. De plus, la mise à jour de l'interprétation comme heuristique expliquant le mieux les performances en résolution de problème devrait servir de guide aux enseignants, d'autant plus que nos résultats, avec les précautions qui sont de mises, infirment les études antérieures à ce sujet.

Cependant, plusieurs limites sont à épingler. Tout d'abord, l'échantillon n'est issu que d'un établissement bruxellois à indice socio-économique faible (ISE). Afin de nous assurer de pouvoir associer les résultats obtenus au dispositif mis en place et non aux caractéristiques de l'échantillon, il serait judicieux de couvrir une certaine diversité en termes d'ISE. Ensuite, comme l'attestent certains résultats, la durée de l'implémentation du dispositif et/ou la nature peu diversifiée des activités proposées ne semblent pas permettre une appropriation complète de certaines heuristiques de même qu'une évolution significative en termes de persévérance et de performances.

Par ailleurs, l'heuristique « interpréter le résultat obtenu » est ressortie comme prédisant les performances en résolution de problèmes cependant, aucune amélioration significative concernant cette heuristique n'a pu être observée suite à l'implémentation du dispositif. Une amélioration du dispositif en ce sens serait donc nécessaire. De plus, il serait intéressant d'approfondir l'étude de l'heuristique « représenter le problème » afin de comprendre pourquoi nos résultats sont en contradictions avec les études antérieures. Finalement, plusieurs études empiriques (Colognesi, 2015 ; Demonty, Dupont & Fagnant, 2014 ; Verschaffel & De Corte, 1997 ; Verschaffel *et al.*, 2000) se sont attachées à mettre en évidence les bénéfices des interactions entre pairs dans la résolution de tâches complexes notamment en termes de compétences métacognitives, variable peu exploitée dans la présente étude (Colognesi, 2015 ; Verschaffel *et al.*, 2000). Sous l'angle du recueil d'informations, les échanges entre pairs constituent également un matériau riche au niveau de ce que pense l'apprenant, de la manière dont il perçoit la tâche et dont il la réalise (Colognesi, 2015). Ils permettraient de pallier certaines limites rencontrées par d'autres instruments utilisés pour appréhender les processus mentaux – déformation de la réalité ; surcharge cognitive ; biais de désirabilité sociale ; surestimation ; validité écologique faible, etc. – (Focant, 2004 ; Veenman, Elshout & Groen, 1993 ; Veenman *et al.,* 2006 ; Winne & Jamieson-Noël, 2002). Sur la base de ces informations, il semblerait pertinent de tester notre dispositif avec une méthodologie qui privilégie davantage les échanges entre pairs.

6. Références

Administration générale de l'Enseignement et de la Recherche scientifique de la Fédération Wallonie-Bruxelles (2013). *Les Socles de Compétences. Enseignement fondamental et premier degré de l'enseignement secondaire*. En ligne http://www.enseignement.be/index.php?page=24737

Artigue, M. (2011). *Les défis de l'enseignement des mathématiques dans l'éducation de base*. Paris : UNESCO.

Barrouillet, P. & Camos, V. (2003). Savoirs, savoir-faire arithmétiques et leurs déficiences. In M. Kail & F. Michel (Eds.), *Les sciences cognitives et l'école. La question des apprentissages* (pp.307-351). Paris : PUF.

Baruk, S. (1985). *L'âge du capitaine : De l'erreur en mathématiques*. Paris : Seuil.

Bouchard, J. & Viau, R. (2000). Validation d'un modèle de dynamique motivationnelle auprès d'élèves du secondaire, *Canadian Journal of Education, 25* (1), 16-26.

Brault-Labbé, A. & Dubé, L. (2008). Engagement, surengagement et sous-engagement académiques au collégial : pour mieux comprendre le bien-être des étudiants. *Revue des sciences de l'éducation, 34*(3), 729-751.

Burkhardt, H. (1994). Mathematical applications in school curriculum. In T. Husen & T.N. Postlethwaite (Eds.), *The international encyclopedia of education (2nd ed.)* (pp.3621-3624). Oxford: Pergamon.

Cobb, P., Yackel, E. & Wood, T. (1992). A constructivist alternative to the representational view of mind in mathematics education. *Journal for Research in MathematicsEducation*, *23*, 2-33.

Colognesi, S. (2015). *Faire évoluer la compétence scripturale des élèves*, thèse de doctorat en sciences psychologiques et de l'éducation non publiée, Université Catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve.

Coquin-Viennot, D. (2001). Problèmes arithmétiques verbaux à l'école : pourquoi les élèves ne répondent-ils pas à la question posée ? *Enfance, 53*(2), 181-196.

Coquin-Viennot, D., & Moreau, S. (2003). Highlighting the Role of Episodic Model in the Solving of Arithmetical Problems. *European Journal of Psychology and Education, 18* (3), 267-279.

De Corte, E., & Verschaffel, L. (2005). Apprendre et enseigner les mathématiques : un cadre conceptuel pour concevoir des environnements d'enseignement-apprentissage stimulants. In M. Crahay, L. Verschaffel, E. De Corte & J. Grégoire (Eds.), *Enseignement et apprentissage des mathématiques. Que disent les recherches psychopédagogiques ?* (pp. 25-54). Bruxelles : De Boeck & Larcier.

De Corte, E., & Verschaffel, L. (2002). High-powered learning communities: design experiments as a lever to bridge the theory/practice divide. *Prospects, 32*(4), 517-531.

De Corte, E., & Verschaffel, L. (1985). Beginning first graders' initial representation of arithmetic word problems. *Journal of Mathematical Behavior, 4*, 3-21.

De Corte, E., Verschaffel, L. & Masui, C. (2004). The CLIA-model: a framework for designing powerful learning environments for thinking and problem solving. *European Journal of Psychology of Education, 19*(4), 365-384.

Demonty, I., Blondin, C., Matoul, A., Baye, A. & Lafontaine, D. (2013). La culture marthématique à 15 ans. Premiers résultats de Pisa 2012 en Fédération Wallonie-Bruxelles. *Les Cahiers des Sciences de l'Education,* (34), 1-26.

Demonty, I., Dupont, V. & Fagnant, A. (2014). Analyse des régulations interactives entre élèves lors de la résolution d'un problème mathématique en groupe. *Cahiers des Sciences de l'Education*, 36, 175-214.

Depaepe, F., De Corte, E. & Verschaffel, L. (2007). Unraveling the culture of the mathematics classroom: a video-based study in sixth grade. *International Journal of Educational Research, 46*(5), 266-279.

Durlak, J. & DuPre, E. (2008). Implementation matters: a review of research on the influence of implementation on program outcomes and the factors affecting implementation. *American journal of community psychology, 41*, 327-350.

Dusenbury, L., Brannigan, R., Falco, M. & Hansen, W.B. (2003). A review of research on fidelity of implementation: implications for drug abuse prevention in school settings. *Health education research, 18*(2), 237-256.

Fagnant, A. & Demonty, I. (2005). *Résoudre des problèmes : pas de problème ! Guide méthodologique et documents reproductibles. 10/12ans*. Bruxelles : De Boeck.

Fagnant, A. & Demonty, I. (2004). Résoudre des problèmes : pas de problèmes ! Présentation d'un outil méthodologique à l'usage des enseignants de cinquième et de sixième années de l'enseignement primaire. *Bulletin d'informations pédagogiques*, (56), 13-21.

Fagnant, A., Demonty, I. & Lejong, M. (2003). La résolution de problèmes : un processus complexe de « modélisation mathématique ». *Bulletin d'informations pédagogiques*, (54), 29-39.

Fédération de l'enseignement secondaire catholique belge (2001). *Programme de Mathématiques. Premier degré commun*. SEGEC. En ligne : http://admin.segec.be/documents/5921.pdf

Fiedler, K. & Beier, S. (2014). Chapter 3. Affect and cognitive processes in educational contexts. In R. Pekrun & L. Linnenbrink-Garcia (Eds.), *International Handbook of Emotions in Education* (pp.36-55). New-York: Routledge.

Field, A. (2013). *Discovering statistics using IBM SPSS statistics (4th edition*). London: SAGE Publications.

Focant, J. (2004). *Stratégies d'autorégulation d'élèves de cinquième primaire en situation de résolution de problèmes arithmétiques*, thèse de doctorat en sciences psychologiques et de l'éducation non publiée, Université Catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve.

Fredricks, J.A. & McColskey, W. (2012). The measurement of student engagement: a comparative analysis of various methods and student self-report instruments. In S.L. Christenson, A.L. Reschly & C. Wylie. (Eds.), *Handbook of research on student engagement* (pp. 763-782). New-York : Springer.

Gamo, S., Nogry, S. & Sander, E. (2014). Réduire les effets de contenu en résolution de problèmes pour favoriser la construction d'une représentation alternative. *Cahiers des Sciences de l'Education,* (36), 35-65.

Gamo, S., Taabane, L., & Sander, E. (2011). Rôle de la nature des variables dans la résolution de problèmes additifs complexes. *L'Année Psychologique*, (111), 613-640.

Greer, B. (1993). The modeling perspective on wor(l)d problems. *Journal of Mathematical Behavior*, *12*, 239-250.

Hakem, K. Sander, E. & Labat, J-M. (2005). DIANE (Diagnostic Informatique sur l'Arithmétique au Niveau Elementaire). *HAL Archives ouvertes*, 5704, 81-92.

Houdement, C. (2014). Des connaissances fonctionnelles (mais ignorées) en résolution de problèmes arithmétiques. *Cahiers des Sciences de l'Education*, (36), 7-33.

Houdement, C. (2011). Connaissances cachées en résolution de problèmes arithmétiques ordinaires à l'école. *Annales de Didactique des Sciences cognitives*, (16), 67-96.

Julo, J (2002). Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes ? *Grand N*, (69), 31-52.

Kintsch, W., & Greeno, J. G. (1985). Understanding and solving word arithmetic problems. *Psychological Review,* (92), 109– 129.

Linnenbrink, E.A. (2007). The role of affect in student learning: a multi-dimensional approach to considering the interaction of affect, motivation, and engagement. In R. Pekrun & P.A. Schutz (Eds.), *Emotion in education* (pp.107-124). USA: Elsevier.

Marcoux, G. (2012). *Tâches scolaires et mobilisation adaptée de procédures : quels paramètres sont influents ?* Thèse de doctorat en sciences de l'éducation non publiée, Université de Genève, Genève.

Ministère de la Fédération Wallonie-Bruxelles. (2014). *CE1D 2014. Résultats*. Ministère de la Fédération Wallonie-Bruxelles. En ligne http://www.enseignement.be/index.php?page=26835&navi=3451

Ministère de la Fédération Wallonie-Bruxelles. (2014). *CEB 2014*. Ministère de la Fédération Wallonie-Bruxelles. En ligne http://www.enseignement.be/index.php/index.php?page=26754&navi=3376

Moreau, S. & Coquin-Viennot, D. (2003). Comprehension of arithmetic word problems by fifth-grade pupils: representations and selection of information. *British Journal of Educational Psychology,* (73), 109-121.

Muir, T., Beswick, K. & Williamson, J. (2008). "I'm not very good at solving problems": An exploration of students'problem solving behaviours. *The Journal of Mathematical Behavior, 27*(3), 228-241.

Mukhopadhyay, S. & Greer, B. (2001). Modelling with purpose. Mathematics as a critical tool. In B. Atweh, H. Forgasz & B. Nebres (Eds.), *Socio-cultural aspects in mathematics education* (pp. 295-311). New York: Lawrence Erlbaum Associates.

OECD. (2010). *Pisa 2009 results: what students know and can Do-Student performance in reading, mathematics and science* (Volume 1).

Palm, T. (2007). Features and impact of the authenticity of applied mathematical school tasks. In W. Blum, P.L. Galbraith, H-W. Henn & M. Niss. (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI Study* (pp. 201-208). Germany: Springer.

Reusser, K. (1990). From text to situation to equation: cognitive simulation of understanding and solving mathematical word problems. In H. Mandl, E., De Corte, N., Bennett & H.F., Friedrich (Eds.), *Learning and Instruction* (pp.477-498). Oxford: Pergamon.

Riley, M. S., Greeno, J. G. & Heller, J. I. (1983). Development of children's problem solving ability in arithmetic. In H. P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking*. New York: Academic Press.

Saddler, B. & Graham, S. (2005). The effects of peer-assisted sentence-combining instruction on the writing performance of more and less skilled young writers. *Journal of Educational Psychology, 97*(1), 43-54.

Sander, E., Levrat, B., Brissiaud, R., Porcheron, P., & Richard, R. (2003). Conceptualisation et propriétés sémantiques des situations dans la résolution de problèmes arithmétiques : rapport d'étape. Ministère de la Recherche : appel d'offres 2002, *École et Sciences Cognitives : les apprentissages et leurs dysfonctionnements*. Paris : Université Paris 8.

Schoenfeld, A.H. (1992). Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. Grouws (Ed.), *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334-370). New-York: Macmillan.

Staub, F. C., & Reusser, K. (1995). The role of presentational structures in understanding and solving mathematical word problems. In C. A. Weaver, S. Mannes, & C. R. Fletcher (Eds), *Discourse comprehension. Essays in honor of Walter Kintsch* (pp. 286-305). Hilsdale (NJ): Lawrence Erlbaum Associates.

Thevenot, C., Devidal, M., Barrouillet, P. & Fayol, M. (2007). Why does placing the question before an arithmetic word problem improve performance? A situation model account. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology, 60*(1), 43-56.

Thevenot, C. & Oakhill, J. (2008). A generalization of the representational change theory from insight to non-insight problems: *The case of arithmetic word problems. Acta Psychologica, 129*(3), 315-324.

Van Dijk, T. A. & Kintsch, W. (1983). *Strategies of discours comprehension*. New York: Academic Press.

Van Dooren, W., Verschaffel, L., Greer, B., De Bock, D. & Crahay, M. (2010). La modélisation des problèmes mathématiques. In M. Crahay & M. Dutrévis (Eds.), *Psychologie des apprentissages scolaires* (pp. 167-188). Bruxelles : De Boeck.

Veenman, M. V. J., Elshout, J. J. & Groen, M. G. M. (1993). Thinking aloud: does it affect regulatory processes in learning? *Tijdschrift voor Onderwijsresearch*, (18), 322–330.

Veenman, M.V.J., Van Hout-Wolters, B. & Afflerbach, P. (2006). Metacognition and learning: conceptual and methodological considerations. *Metacognition Learning*, (1), 3-14.

Verschaffel, L. & De Corte, E. (1997). Teaching realistic mathematical modeling and problem solving in the elementary school. A teaching experiment with fifth graders. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28, 577-601.

Verschaffel, L., De Corte, E. & Lasure, S. (1994). Realistic considerations in mathematical modelling of school arithmetic word problems. *Learning and instruction*, 4, 273-294.

Verschaffel, L., De Corte, E., Lasure, S., Van Vaerenbergh, G., Bogaerts, H. & Ratinckx, E. (1999). Learning to solve mathematical application problems: a design experiment with fifth graders. *Thinking and learning, 1*(3), 195-229.

Verschaffel, L., Greer, B. & De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*. Lisse, Hollande: Swets & Zeitlinger.

Verschaffel, L., Greer, B. & Van Dooren, W. (2008). La résolution de problèmes. In A. Van Zanten (Ed.), *Dictionnaire de l'éducation* (pp 588-590). Paris : P.U.F., Presses universitaires de France.

Winne, P.H. & Jamieson-Noel, D. (2002). Exploring students'calibration of self reports about study tactics and achievement. *Contemporary Educational Psychology, 27*(4), 551-572.

Annexe 1 : Problèmes du prétest et du posttest

Problèmes du prétest

1) Steve, Jordan et Sébastien, trois copains, voudraient organiser une sortie à la piscine pendant la semaine de vacances. Ils sont tous très occupés : Jordan est libre le lundi et le samedi après-midi, ainsi que les matinées de mardi, jeudi et vendredi. Steve, lui, ne peut être disponible que le jeudi matin, le vendredi après-midi ou le week-end. Sébastien, enfin, pourra venir n'importe quand sauf le mercredi après-midi.
La piscine est ouverte tous les jours de 10h à 17h sauf le lundi. Toutes les après-midi, de 14h à 16h, les enfants peuvent aller sur le grand toboggan.
Quand vont-ils pouvoir organiser la sortie ?

2) Le club des jeunes de Tournai part en excursion. Plusieurs activités sont prévues pour les 24 participants.
Visite de l'aquarium : 6 entrées pour 10€.
Voyage en train : 120€ pour le groupe.
Chaque participant apporte 5€. Le reste de l'excursion est payé par l'école. Combien l'école doit-elle payer?

3) Un bus de l'armée peut contenir 36 soldats. Si 1128 soldats doivent être conduits en bus sur leur site d'entraînement, combien faudra-t-il de bus ?

Problèmes du posttest

1) Pendant leurs vacances, Sarah, Jessica et Sandra, trois copines, souhaitent toutes les trois s'entrainer sur la piste d'athlétisme d'Auderghem. Elles sont toutes les trois fort occupées : Jessica est libre le mardi et le dimanche matin, ainsi que les après-midi du lundi, mercredi et vendredi. Sarah, elle, ne peut être disponible que le mercredi après-midi, le vendredi matin ou le week-end. Sandra, enfin, pourra venir n'importe quand sauf le jeudi matin.
La piste est accessible de 7h à 20h. Toutes les après-midi, de 14h à 20h, il y a de la musique moderne. Quand vont-elles pouvoir s'entraîner ?

2) Un club de sport d'Etterbeek organise une excursion « vélo » à Anvers. Les 30 jeunes sportifs vont pouvoir visiter la ville en vélo.
Balade à vélo : 5 vélos pour 12 €.
Voyage en train : 180 € pour le groupe.
Chaque sportif apporte 6 € pour participer au voyage. Le reste est payé par le club de sport. Combien le club doit-il payer ?

3) Un stage de football est organisé dans un village sportif. 270 joueurs sont inscrits à ce stage. Les joueurs sont logés dans des chalets. Chaque chalet contient 12 lits. Combien faut-il réserver de chalets pour loger tous les joueurs ?

Problèmes du test de rétention

1) Pendant leurs vacances, trois amis, Laïla, Michaël et Pamela veulent aller patiner. Ils ont un programme très chargé. Michaël est libre le mardi et le samedi après-midi, ainsi que les matinées de lundi, mercredi et vendredi. Laïla, elle, ne peut être disponible que le mercredi matin, le vendredi après-midi ou le week-end. Pamela, enfin, pourra venir n'importe quand sauf le jeudi après-midi.
La patinoire est accessible tous les jours de 10 à 21h, sauf le lundi. Toutes les après-midi, de la musique « jeune » est diffusée. Quand vont-ils pouvoir aller faire du patin sur glace?

2) Une école organise une sortie au « Roller Parc » pour 50 élèves de première secondaire.
Le trajet en autocar coûte 150 € pour le groupe.
La location de rollers est de 8 € pour 5 personnes.
Chaque élève apporte 3 €. Le reste est payé par l'école. Combien l'école doit-elle payer ?

3) Une école organise un voyage scolaire à Lille, en autocar. 580 élèves participent au voyage. Sachant que chaque autocar peut contenir 32 élèves, combien d'autocars faut-il réserver pour que tous les élèves puissent faire le voyage ?

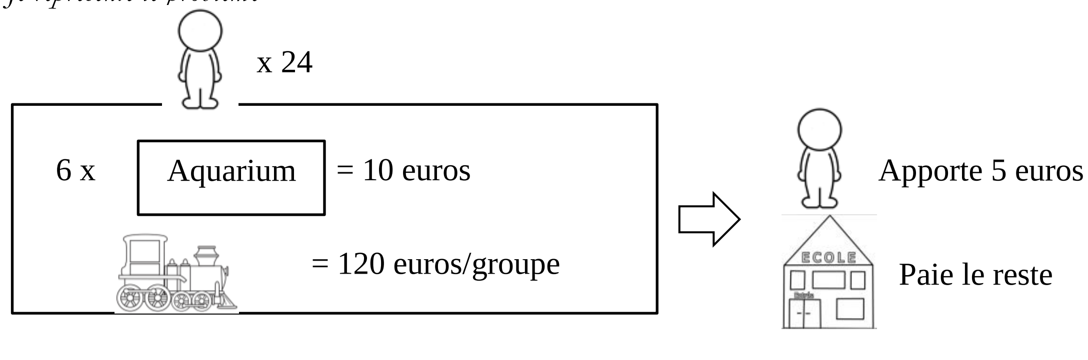
Annexe 2a : Résolution d'un problème selon les huit heuristiques listées dans le tableau 1

Problème n°2 du prétest

Le club des jeunes de Tournai part en excursion. Plusieurs activités sont prévues pour les 24 participants.
Visite de l'aquarium : 6 entrées pour 10 EUR.
Voyage en train : 120 EUR pour le groupe.
Chaque participant apporte 5 EUR. Le reste de l'excursion est payé par l'école. Combien l'école doit-elle payer?

Suggestion de réponse

1) Je représente le problème



2) J'estime la solution

On sait que chaque élève apporte 5 euros.

En arrondissant les nombres, on peut dire qu'ensemble, les élèves apportent : 5 euros .20 = 100 euros.

Les élèves paient donc approximativement le coût du trajet en train. L'école devra donc, approximativement payer le coût de la visite de l'aquarium.

3) J'utilise mes connaissances

- De quel type de problème s'agit-il ? Il s'agit d'un problème de proportionnalité.

- Ai-je déjà résolu un problème de ce type ? Oui, le problème ……….

- Comment fait-on pour résoudre ce type de problème ? On utilise la règle de trois.

4) Je fais un plan de résolution

(a) Calculer le coût de la visite de l'aquarium pour les 24 participants

(b) Calculer le coût total du voyage (aquarium +train)

(c) Calculer l'argent total apporté par les 24 participants

(d) Soustraire l'argent total apporté par les participants du coût total du voyage : cela nous donne le montant à payer par l'école

5) Je fais les calculs nécessaires

(a) Calculer le coût de la visite de l'aquarium

$$\text{x 4} \quad \begin{array}{lll} 6\ entrée & \rightarrow & 10\ euros \\ 24\ entrées & \rightarrow & 40\ euros \end{array} \quad \text{x 4}$$

(b) Calculer le coût total du voyage

$$120\ euros + 40\ euros = 160\ euros$$

(c)Calculer l'argent total apporté par les 24 participants

$$24\ .5\ euros = 120\ euros$$

(d) Calculer le montant à payer par l'école

$$160\ euros - 120\ euros = 40\ euros$$

6) Je vérifie

a) Est-ce que j'ai fait ce qui était demandé ? J'ai calculé le montant à payer par l'école → J'ai donc répondu à la question

b) Est-ce que j'ai suivi mon plan de résolution ? J'ai suivi mon plan, ma démarche me semble correcte

c) Je vérifie mes calculs :

Je pars de la réponse : 40 euros

$$120\ euro - (24\ .5\ euros) + (10\ euros\ .4) = 120 - 120 + 40 = 40\ \ \boldsymbol{OK}$$

(train) (apporté par les participants) (aquarium)

7) J'interprète

- Ma solution a-t-elle du sens par rapport à l'énoncé ? Oui

- La solution est-elle en accord avec l'estimation faite au début ? Oui, l'école paie la visite de l'aquarium tandis que les élèves paient le trajet en train

8) Je communique

L'école doit payer 40 euros, c'est-à-dire le montant de la visite de l'aquarium.

Annexe 2b : Evolution des productions de deux élèves entre le prétest et le posttest

<table>
<tr>
<td>

Problème n°2 du <u>prétest</u>

Le club des jeunes de Tournai part en excursion. Plusieurs activités sont prévues pour les 24 participants.

Visite de l'aquarium : 6 entrées pour 10 EUR.

Voyage en train : 120 EUR pour le groupe.

Chaque participant apporte 5 EUR. Le reste de l'excursion est payé par l'école. Combien l'école doit-elle payer?

</td>
<td>

Problème n°2 du <u>posttest</u>

Un club de sport d'Etterbeek organise une excursion « vélo » à Anvers. Les 30 jeunes sportifs vont pouvoir visiter la ville en vélo.

Balade à vélo : 5 vélos pour 12 €.

Voyage en train : 180 € pour le groupe.

Chaque sportif apporte 6 € pour participer au voyage. Le reste est payé par le club de sport. Combien le club doit-il payer ?

</td>
</tr>
<tr>
<td>

Visite de l'aquarium :
24 : 6 = 4
4 x 10 = 40
40€
Voyage en train :
120€
Excursion :
5€ x 24 = 120€
120€ + 120€ = 240€ + 40€ = 280€

Plan de résolution + calculs

Une donnée n'a pas été prise en compte : l'argent apporté par les participants. Une représentation du problème aurait, peut-être, permis de ne pas l'oublier.

</td>
<td>

① ~~5 vélos 12€~~ Balade à vélo 5 vélos pour 12€ | Voyage en train 180€ pour le groupe | Sportif 6€

Représentation

② Ai-je déjà résolu un problème comme celui-là ?
③ Ai-je indiqué les étapes dans le bon ordre ? ai

Utilisation de ses connaissances

④ Balade à vélo : 30 : 5 = 6 / 6 X 12 = ~~60~~ 72€
~~Balade~~ Voyage en train : 180€ ~~72 + 180 + 18~~
Sportif : 6€ X 30 = 180€ 72 + 180€ = 252€
252€ - 180€ = 73€

Plan de résolution + calculs

⑤ Le club doit payer 73€

Communication

Le raisonnement est correct, l'élève a juste fait une erreur de calcul lors de la soustraction *252euros -180 euros*

</td>
</tr>
</table>

Problème n°2 du <u>prétest</u>	**Problème n°2 du <u>posttest</u>**
Le club des jeunes de Tournai part en excursion. Plusieurs activités sont prévues pour les 24 participants. Visite de l'aquarium : 6 entrées pour 10 EUR. Voyage en train : 120 EUR pour le groupe. Chaque participant apporte 5 EUR. Le reste de l'excursion est payé par l'école. Combien l'école doit-elle payer?	Un club de sport d'Etterbeek organise une excursion « vélo » à Anvers. Les 30 jeunes sportifs vont pouvoir visiter la ville en vélo. Balade à vélo : 5 vélos pour 12 €. Voyage en train : 180 € pour le groupe. Chaque sportif apporte 6 € pour participer au voyage. Le reste est payé par le club de sport. Combien le club doit-il payer ?
Représentation pour l'aquarium . 120€ pour le groupe . 120 € pour chaque participants . 270 € . Communication Ils doivent payer ~~2~~ 150 € .	1) 30 jeunes . Balade à vélo : 5 vélos pour 12 € voyage en train : 180 € pour le groupe chacun apporte 6 € 2) y'estime : 6 X 30 = 180 € qui paye pour le train . le club va devoir payer les vélos . 3) Les jeunes vont payer le train . qui est le montant de 180 € . 4) 6 X 30 = 180 € pour le train . 5 vélos pour 12 € , ils sont 30 X 6 vélos pour x 6 € . 30 vélos pour 72 € 12 € x 6 72 € 5) Le club va ~~payer~~ payez 72 € pour les vélo Les jeunes vont payez le train le monta est de 180 € . Représentation Estimation Calculs Communication

Annexe 3 : Analyse des problèmes du dispositif expérimental en termes de concepts mathématiques et d'heuristiques

Problème	*Contenu mathématique*	*Heuristique(s) favorisant la réussite du problème*
N°1 (prétest – posttest – test de rétention)	Traitement de données	Représenter le problème
N°2 (prétest posttest – test de rétention)	Calculs de coûts	Faire un plan de résolution
N°3 (prétest posttest – test de rétention)	Proportionnalité	Interpréter le résultat obtenu
N°4 (dispositif d'apprentissage)	Solides et figures (périmètre)	Représenter le problème Faire un plan de résolution
N°5 (dispositif d'apprentissage)	Solides et figures (aires)	Représenter le problème Faire un plan de résolution Interpréter le résultat obtenu
N°6 (dispositif d'apprentissage)	Partage	Représenter le problème Interpréter le résultat obtenu
N°7 (dispositif d'apprentissage)	Partage inégal	Représenter le problème Faire un plan de résolution
N°8 (dispositif d'apprentissage)	Calculs de coûts	Représenter le problème Faire un plan de résolution

Annexe 4 : Items du questionnaire sur la persévérance

1. Quand j'ai de la difficulté à comprendre un problème en math, je le réexamine jusqu'à ce que je le comprenne.
2. Quand je suis face à un problème en math, j'essaie de le terminer aussi vite que possible, sans vérifier que mon raisonnement est correct.
3. Quand j'ai de la difficulté à résoudre un problème en math, j'ai plus tendance à indiquer une réponse au hasard qu'à regarder dans mon cahier pour voir comment faire.
4. Même si j'ai difficile avec le problème, je continue à essayer de trouver la réponse.
5. Quand je suis face à un problème en math, j'attends que l'enseignant donne la réponse et je la recopie.
6. Quand je rencontre des difficultés avec un problème en math, je continue à travailler dessus jusqu'à ce que je pense avoir trouvé.
7. Quand je reçois un problème en math, je fais semblant de réfléchir ou de trouver la réponse.
8. Dès que je rencontre une difficulté pendant que je résous un problème en math, j'abandonne et passe au suivant s'il y en a un.

Annexe 5 : MANOVAs attestant de l'équivalence initiale entre les élèves « forts » des deux conditions et les élèves « faibles » des deux conditions.

Comparaison entre les élèves « forts » des deux conditions	*Comparaison entre les élèves « faibles » des deux conditions*
Heuristiques : $F(1,15) = .510, n.s$	Heuristiques : $F(1,68) = .360, n.s$
Persévérance : $F(1,15) = 1.060, n.s$	Persévérance : $F(1,68) = 5.533, n.s$
Performances antérieures : $F(1,15) = 4.412, n.s$	Performances antérieures : $F(1,68) = .308, n.s$
Age : $F(1,15) = 3.004, n.s$	Age : $F(1,68) = .002, n.s$
Sexe : $\chi^2(1, N = 17) = .142, n.s$	Sexe : $\chi^2(1, N = 70) = .148, n.s$