

Examen de deux outils d'évaluation ciblant les difficultés des élèves en numération et destinés aux enseignants

Examination of two assessment tools targeting pupils' difficulties in numeracy and intended for teachers

Christelle Roduit – Christelle.rodut@ulb.be - <https://orcid.org/0000-0003-2567-5242>

Université Libre de Bruxelles - Belgique, Université de Fribourg - Suisse

Thomas Barrier – thomas.barrier@ulb.be

Université Libre de Bruxelles - Belgique

Myriam Squillaci – myriam.squillaci@unifr.ch - <https://orcid.org/0000-0001-7057-2459>

Université de Fribourg - Suisse

Pour citer cet article : Roduit, C., Barrier, T. et Squillaci, M. (2024). Examen de deux outils d'évaluation ciblant les difficultés des élèves en numération et destinés aux enseignants. *Évaluer. Journal international de recherche en éducation et formation*, 10(1), 85-115. <https://doi.org/10.48782/e-jref-10-1-85>

Résumé

La compréhension du système de numération décimal de position (SNDP) pose des défis aux élèves, en particulier à ceux qui présentent des dysfonctions exécutives. Or, cette compréhension est essentielle à l'apprentissage de l'arithmétique, en particulier lorsque les grands nombres sont engagés. Des travaux en sciences cognitives ont mis en évidence des liens entre ces difficultés d'apprentissage et les habiletés des élèves au niveau des fonctions exécutives. Notre article vise à examiner la qualité de deux outils créés pour les enseignants, pour appréhender les niveaux de difficultés des élèves : le premier, pour estimer la compréhension des élèves face au SNDP et hiérarchiser les résultats en cinq niveaux distincts ; le second, pour examiner le profil exécutif des élèves, sur la base d'un questionnaire complété par les enseignants. Un échantillon de 116 élèves de troisième année primaire en Fédération Wallonie-Bruxelles a participé à l'étude. Concernant l'outil d'évaluation de la compréhension du SNDP, nous mettons en évidence des limites quant au caractère hiérarchique des niveaux considérés. Les résultats révèlent en outre la faible validité du questionnaire adressé aux enseignants pour évaluer les fonctions exécutives chez leurs élèves. Des aspects pratiques sont présentés et discutés en guise de prolongement pédagogique à ce travail.

Mots-clés

Système de numération décimal de position, difficultés d'apprentissage mathématique, évaluations, fonctions exécutives

Abstract

Understanding the place-value concepts (PVC) poses challenges for students, particularly those with executive dysfunction. This understanding is essential for learning arithmetic, particularly when large numbers are involved. Research in cognitive science has shown links between these learning difficulties and pupils' executive function skills. The aim of our article is to examine the quality of two tools created for teachers to assess pupils' levels of difficulty: the first to estimate pupils' understanding of the PVC and to classify the results into five distinct levels; the second to examine pupils' executive profile, on the basis of a teacher-completed rating scale. A sample of 116 pupils in the third year of primary school in the Fédération Wallonie-Bruxelles took part in the study. With regard to the tool used to assess understanding of the PVC, we have highlighted the limitations of the hierarchical nature of the levels considered. The results also reveal the disabling nature of the questionnaire sent to teachers to assess executive functions in their pupils. Practical aspects are presented and discussed as a pedagogical extension to this work.

Keywords

Place-value concepts, mathematical learning difficulties, assessment, executive functions

1. Introduction

Les compétences numériques des élèves couvrent différents aspects comme le comptage, transcodage, calcul, dénombrement, numération, résolution de problèmes (Lafay *et al.*, 2014). Des difficultés liées au domaine de la numération peuvent avoir des effets sur le parcours scolaire des élèves, le développement de leurs compétences mathématiques allant jusqu'à influencer leur bien-être socioémotionnel et aussi leurs opportunités d'emploi (Passolunghi *et al.*, 2019). Aussi, de nombreux pays se soucient d'améliorer les fondements de la numération (Reynvoet *et al.*, 2021), au regard des difficultés rencontrées par de nombreux élèves (OCDE, 2023). En témoignent les données de l'*American Psychiatric Association* (2022), si environ 5% à 15% des élèves présentent un trouble spécifique des apprentissages en mathématiques, peu d'entre eux sont diagnostiqués et disposent de mesures de soutien (Nelson et Powell, 2018). Un des enjeux consiste à identifier précisément la nature des difficultés des élèves afin de cibler et adapter les interventions dispensées par les enseignants (Baccaglioni-Frank, 2017). Toutefois, ces derniers se sentent démunis aussi bien au niveau théorique que pratique (manque d'outils d'évaluation et de moyens didactiques) afin d'être en mesure de soutenir efficacement les élèves dans ce domaine (Rajotte et Dufour, 2023).

De nombreuses recherches mettent l'accent sur les processus de contrôle cognitif liés aux apprentissages qui sollicitent des efforts face à la nouveauté et la complexité. La littérature a montré, avec un niveau de preuve élevé, les liens entre les fonctions exécutives (FE) et la réussite mathématique (Agostini *et al.*, 2022; Chen et Li, 2014; Dietrichson *et al.*, 2022; Pascual *et al.*, 2019; Robson *et al.*, 2020; Spiegel *et al.*, 2021). Toutefois, peu d'approches pédagogiques ciblent les FE en vue d'interventions et, parmi elles, il y a peu de preuves que les améliorations dans les compétences exécutives influencent les performances scolaires (Serpell et Esposito, 2016). La recherche s'inscrit dans un projet plus général visant à faciliter les apprentissages des élèves en numération, par un soutien aux fonctions exécutives. Le présent article vérifie la validité des deux outils d'évaluation utilisés. Sa finalité vise à mieux cerner la nature des difficultés rencontrées par les élèves dans une tâche en numération, afin de soutenir les élèves au niveau exécutif dans la conception de l'intervention et dans l'intervention elle-même.

2. Le rôle des facteurs spécifiques et généraux dans l'apprentissage de la numération

L'étude des facteurs cognitifs impliqués dans l'apprentissage de la numération a permis l'accroissement des connaissances dans ce champ depuis quatre décennies (Butterworth, 2005; Dehaene et Changeux, 1993; Deloche et Seron, 1982; McCloskey *et al.*, 1985; Noël, 2005; Von Aster et Shalev, 2007). Selon la littérature, les difficultés des élèves en numération peuvent être mises en relation tant avec des faiblesses relatives aux facteurs spécifiques à ce champ (Butterworth, 2005; Estévez-Pérez *et al.*, 2019; Knops *et al.*, 2017) qu'aux facteurs généraux impliqués dans tout apprentissage (Geary *et al.*, 2012; Knops *et al.*, 2017; Peng et Fuchs, 2016; Szucs *et al.*, 2013). Plus précisément, le développement des compétences en numération est associé de manière significative aux FE, qui sont des habiletés générales (Hövel *et al.*, 2022), ainsi qu'à la compréhension des concepts relatifs au domaine spécifique des mathématiques (Rojo *et al.*, 2021). Notre recherche se focalise spécifiquement sur ces deux facteurs.

2.1. Le système de numération décimal de position chez les élèves

La numération est une manière de représenter les nombres à l'oral ou à l'écrit ; la numération décimale de position désigne la numération écrite (Gardes, 2022)¹. Son enseignement est de première importance, car elle est présente dans tous les domaines mathématiques et favorise la compréhension de la taille des nombres (Fritz et Ricken, 2008).

2.1.1 Le SNDP selon une perspective didactique

Actuellement, un consensus en didactique des mathématiques fait état de deux principes indivisibles pour coder les nombres : le principe décimal et le principe de position (Houdement et Tempier, 2019). Le principe décimal fait allusion à des groupements par dix et aux échanges entre unités de numération (une centaine vaut cent unités, mais aussi dix dizaines, par exemple). Le principe de position fait référence au fait que la position de chaque chiffre dans le nombre indique une unité de numération (unité, dizaine, etc.). Koudogbo (2013) insiste par ailleurs sur la nécessité du « 0 » dans le principe de position, puisque chaque unité de numération est représentée dans un nombre. Ainsi, « 203 » ne s'écrit pas « 23 », puisque le « 0 » signifie l'absence de dizaine, contrairement au « 23 », dont le « 2 » indique la présence de deux dizaines.

Pour Herzog *et al.* (2017), le SNDP serait abordé de manière trop superficielle dans l'enseignement. Selon Tempier (2010), ce serait en particulier le principe décimal qui ne serait pas suffisamment pris en compte par les curricula, les pratiques enseignantes et dans les manuels. Or, la focalisation sur le principe de position uniquement ne permet pas une réelle conceptualisation du nombre (entier), voire d'autres concepts, tels les nombres décimaux, les fractions décimales, etc. (Marchant *et al.*, 2021). Tout exercice visant à appréhender simultanément la valeur du chiffre selon l'idée de groupements et de position contribue à une meilleure compréhension de la structure décimale des nombres (Mounier, 2010; Tempier, 2015).

La notion de compréhension des concepts est particulièrement importante en mathématiques, comme le revendique aux Etats-Unis le NCTM (National Council for Teachers of Maths), puisque les processus mathématiques sont plus qu'un ensemble d'étapes procédurales (Rojo *et al.*, 2021). Les connaissances procédurales font allusion aux « connaissances des règles et des procédures utilisées pour effectuer des tâches mathématiques de routine, ainsi que les symboles utilisés pour représenter les idées mathématiques » (van de Walle, 2009). Les connaissances conceptuelles font référence au raisonnement et à la compréhension de concepts, d'opérations et de relations mathématiques utiles pour la résolution de problèmes (Al-Mutawah *et al.*, 2019). Sans cette compréhension conceptuelle, les enfants ne seront pas capables de mettre en pratique ce qu'ils ont appris, de manière flexible et adaptative (Baroody, 1999). Une bonne maîtrise des connaissances conceptuelles permet aux enfants de consacrer leurs ressources attentionnelles à la résolution de problèmes arithmétiques plus complexes (Aunola *et al.*, 2004).

2.1.2 Le SNDP selon une perspective développementale

En se basant sur les recherches de Resnick (1983), Cobb et Wheatley (1988), Fuson *et al.* (1997) et Ross (1989), ainsi que sur des données d'études pilotes, Herzog et Fritz (2019) ont

¹ Selon communication interne

créé un modèle de développement linéaire de la compréhension conceptuelle du SNDP, en cinq niveaux successifs. Les auteurs relèvent que les élèves ont besoin des connaissances des niveaux inférieurs pour accroître leur compréhension des niveaux ultérieurs, et que les niveaux sont interreliés les uns aux autres (Sari *et al.*, 2021). Les auteurs ont ensuite validé le modèle de manière empirique, avec les différents niveaux présentés à la suite.

Niveau hiérarchique pré-décimal (niveau 0)

Les nombres sont considérés dans leur globalité plutôt que de manière structurée selon les principes du SNDP. Les nombres peuvent être décomposés en nombres plus petits, mais cette décomposition ne relève pas d'une décomposition décimale en différentes unités de numération (unité, dizaine, etc.). La figure 1 (réalisée par l'auteure), présente un exemple de décomposition du nombre 53 en 50 et 3, sans percevoir 50 comme le groupement de cinq dizaines.

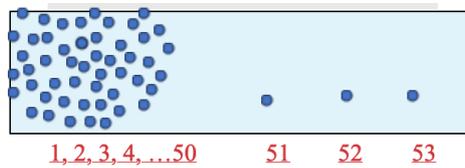


Figure 1 : Compréhension unitaire d'un nombre à deux chiffres au niveau 0

Premier niveau hiérarchique

Les enfants distinguent les unités décimales et sont capables de les identifier dans un nombre à plusieurs chiffres. Toutefois, les unités ne sont pas reliées entre elles selon le principe décimal. Les élèves ne perçoivent pas une dizaine comme un groupement de 10 unités, mais distinguent les unités des dizaines. Au niveau procédural, ils sont capables d'additionner jusqu'à 1000, sans retenue (i.e., sans avoir à réaliser de groupement décimal).

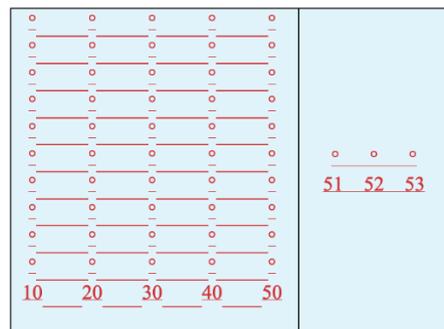


Figure 2 : Reconnaissance des unités et dizaines dans un nombre à deux chiffres au niveau I

Deuxième niveau hiérarchique

Les élèves sont capables d'échanger des unités en dizaines et inversement. Ils connaissent l'équivalence de 10 unités pour une dizaine, pour autant qu'ils aient un support visuel (non symbolique) de représentation des nombres. Ils sont capables de compter de 10 en 10 (10, 20, 30, etc.) et de manipuler des représentations concrètes non canoniques de nombres jusqu'à 100 (par exemple, 2 dizaines et 43 unités). Au niveau procédural, ils sont capables

d'additionner sans retenue jusqu'à l'infini et avec retenue jusqu'à 100, et de soustraire sans retenue jusqu'à 100.

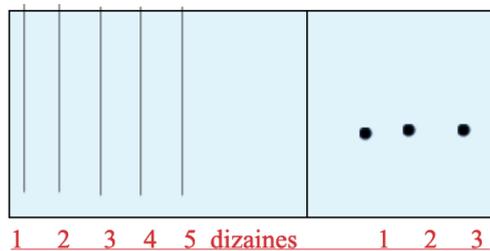


Figure 3 : Compréhension cardinale d'un nombre à deux chiffres au niveau II

Troisième niveau hiérarchique

Les enfants n'ont plus besoin de représentations visuelles pour grouper et dégroupier les unités et les dizaines jusqu'à 100, mais elles restent nécessaires au-delà de 100. Les enfants sont également capables de compter en dizaines et de traiter les représentations non canoniques abstraites jusqu'à 100. Au niveau procédural, ils sont capables d'additionner avec retenue jusqu'à l'infini et soustraire sans retenue jusqu'à l'infini et avec retenue jusqu'à 1000.



Figure 4 : Compréhension ordinale d'un nombre à deux chiffres au niveau III

Quatrième niveau hiérarchique

Les élèves parviennent à se passer de représentations visuelles concrètes, ils peuvent manipuler mentalement des représentations non canoniques. Le principal aspect que l'élève développe à ce niveau est sa compréhension de l'équivalence entre 10 dizaines et une centaine. Au niveau procédural, il est capable d'additionner et soustraire avec retenue à l'infini. À ce niveau, le SNDP est considéré comme acquis, la maîtrise du principe de position et du principe décimal est étendue aux nombres plus grands.

$$35 \text{ dizaines} + 24 \text{ unités} + 1 \text{ centaine} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Figure 5 : Compréhension ordinale et cardinale d'un nombre à deux chiffres au niveau IV

Selon Herzog *et al.* (2019), les élèves sont considérés comme ayant acquis une compréhension conceptuelle suffisante s'ils ont atteint le niveau II. En dessous, ils sont considérés comme ayant des difficultés. Selon Sari *et al.* (2021), la compréhension procédurale du SNDP est associée à la compréhension du principe de position et la compréhension conceptuelle est associée au principe décimal.

2.1.3 Conclusion

Pour l'évaluation, nous avons opté pour une perspective développementale du système de numération. L'application pratique immédiate de cette approche permet en effet de

positionner l'élève sur une échelle de développement linéaire de compréhension des notions en numération. Nous nous appuyerons sur la perspective didactique dans un deuxième temps, lors des interventions. Outre les explications liées aux facteurs spécifiques aux mathématiques, les recherches actuelles relèvent que les difficultés en numération sont également liées à des facteurs généraux aux apprentissages, comme par exemple des dysfonctionnements exécutifs.

2.2. Les fonctions exécutives et les apprentissages

En l'état de la recherche, les fonctions exécutives (FE) sont reconnues pour leur rôle majeur dans les apprentissages et la régulation émotionnelle des élèves (Diamond et Ling, 2016; Moret et Mazeau, 2019; Roy *et al.*, 2012). Les FE comprennent diverses habiletés de haut niveau nécessaires pour tout nouvel apprentissage ou tâche non automatisée et qui exige effort et réflexion (Roy *et al.*, 2012). Les compétences exécutives favorisent l'attention, la résistance à la distraction, la réflexion avant l'action, le maintien des informations dans la mémoire de travail, la flexibilité et la pensée créative, habiletés fondamentales pour tout apprentissage (Zelazo *et al.*, 2017). C'est la raison pour laquelle une altération des FE implique des conséquences non seulement au niveau des apprentissages scolaires, mais aussi au niveau des relations sociales, du bien-être, du travail (Henrard, 2021). Si la littérature énonce plusieurs définitions et modèles des FE (Wilkey, 2023), il existe néanmoins un consensus qui reprend les composantes multiples des FE (Roy *et al.*, 2020). A ce jour, trois composantes principales sont relevées par les chercheurs du domaine : l'inhibition, la mémoire de travail (MT) et la flexibilité (Diamond, 2013; Miyake *et al.*, 2000).

2.2.1 Définition des fonctions exécutives

La littérature scientifique retient différents modèles pour définir les fonctions exécutives, comme celui de Diamond (2013) ou encore celui de Gagné *et al.* (2009). Le modèle de Gagné *et al.* (2009) soutient une perspective modulaire. La première fonction, l'inhibition, permet de stopper un comportement automatisé et de prendre le temps de la réflexion avant de répondre à un stimulus, d'ignorer un stimulus ou de choisir la manière d'y répondre (Diamond, 2013 ; Gagné *et al.*, 2009). Les actions de l'élève avec une faible inhibition sont guidées par ses impulsions, ses habitudes de pensée : il parle fort, agit de manière incontrôlée, passe d'une tâche à l'autre, a des difficultés à se concentrer, à ignorer des stimuli non pertinents, à rester attentif sur une tâche, à la terminer, a tendance à interrompre ses pairs. La deuxième fonction, la mémoire de travail (MT), permet de maintenir et de manipuler des informations durant l'exécution d'une tâche et de lier le passé au futur. La MT fait le lien entre l'entrée sensorielle et l'encodage permanent des informations en mémoire à long terme (Diamond, 2013 ; Gagné *et al.*, 2009). La MT coexiste avec l'inhibition, de manière mutuelle et bidirectionnelle, soutient la planification et a une capacité réduite de traitement et d'emmagasinement. Un élève avec une faible MT oublie les instructions, son matériel, la date de remise des devoirs. La troisième fonction, la flexibilité cognitive, permet de considérer différentes perspectives d'une même réalité, de s'adapter en traitant l'information en continu, de manière fluide et rapide. La flexibilité suppose des compétences d'ordre spatial (voir un problème sous différentes perspectives) ou interpersonnel (adopter le point de vue de l'autre). Au niveau d'une faiblesse dans la flexibilité, l'élève peine à modifier son point de vue, à nuancer, malgré de nouvelles informations issues de l'environnement, il peine donc à admettre ses erreurs et utilise les mêmes stratégies même si elles ne fonctionnent pas, il tolère difficilement les changements et n'est pas capable de s'adapter à la nouveauté (Diamond, 2013 ; Gagné *et al.*, 2009).

Dans le modèle de Gagné *et al.* (2009), trois autres FE sont considérées : l'activation, la planification/organisation et la régulation émotionnelle. Dans leur modèle, les auteurs relèvent l'importance fondamentale de la motivation et des émotions liées aux apprentissages pour atteindre un objectif fixé. Cette interaction complexe entre émotion et cognition interfère sur chaque prise de décision, et sollicite un rééquilibrage constant. Le contrôle émotionnel est donc de prime importance dans l'apprentissage, pour que l'élève s'engage dans la tâche, ne réagisse pas de manière excessive aux petits problèmes, n'ait pas une perception erronée des situations sociales et se laisse raisonner lorsqu'il est hors de lui (Immordino-Yang *et al.*, 2019). L'activation réfère à l'énergie déployée pour se mettre en action et persister dans une activité, au maintien des ressources attentionnelles et cognitives et à la préparation à agir en fonction d'un but. Il s'agit donc de la première FE sollicitée lors de l'exécution d'une tâche (Dehaene, 2018; Gagné *et al.*, 2009; Masson, 2020). Un élève avec une faible activation a peu de motivation à la tâche et se désengage, préfère s'amuser plutôt que de s'adonner à son travail ou bâcle le travail, a l'air paresseux. La planification/organisation correspond à la prévision et à l'ordre des étapes d'exécution, l'estimation du temps de réalisation, le contrôle de l'activité cognitive (par le langage intérieur). Cela exige de l'élève la visualisation des résultats, la formulation de buts à atteindre et l'estimation du temps et du matériel (Dehaene, 2018; Gagné *et al.*, 2009; Masson, 2020). Une faible planification se révèle tant au niveau spatial et temporel (l'espace de travail est désorganisé et la gestion du temps n'est pas respectée) que cognitive (la structuration des idées est difficile et l'élève peine à déterminer ce qui est important). Ces quelques exemples non exhaustifs de faiblesses dans chacune des FE ont pour but de faire prendre conscience au lecteur de leur incidence sur les apprentissages.

2.2.2 Les fonctions exécutives et les activités en numération

Planifier, s'engager dans l'activité d'apprentissage, organiser et prioriser les actions, passer d'une stratégie à une autre et vérifier le travail réalisé font partie des compétences sollicitées en numération (Roduit et Steinberg, 2007) et rendues possibles notamment grâce aux FE. Les relations entre les FE et la numération sont de plus en plus documentées au niveau empirique (Gilmore *et al.*, 2020; Magalhães *et al.*, 2020; Roy *et al.*, 2012), même s'il demeure des inconnues concernant leurs influences réciproques. A ce propos, plusieurs méta-analyses ont mis en évidence des corrélations significatives entre les compétences en numération et les FE, aussi bien chez les enfants avec des difficultés d'apprentissage (Agostini *et al.*, 2022; Friso-Van Den Bos *et al.*, 2013; Jacob et Parkinson, 2015; Pascual *et al.*, 2019; Peng et Fuchs, 2016; Raghobar *et al.*, 2010; Swanson et Jerman, 2006) que chez ceux sans difficultés (Allen *et al.*, 2019; Spiegel *et al.*, 2021; Yeniad *et al.*, 2013). Les résultats des études montrent que plus les capacités exécutives sont élevées, meilleures sont les performances scolaires (Litkowski *et al.*, 2020; Magalhães *et al.*, 2020; Meltzer, 2007) et ce dès l'âge préscolaire (Diamond, 2013; Emslander et Scherer, 2022; Zelazo *et al.*, 2017) jusqu'à l'âge adulte (Cragg *et al.*, 2017). Toutefois, la force des corrélations se modifie selon l'âge et les diverses sous-composantes des FE. La MT aurait le lien le plus fort avec la réussite en numération, l'âge ne modérant pas le résultat (Allen *et al.*, 2019; Friso-Van Den Bos *et al.*, 2013; Jacob et Parkinson, 2015; Pascual *et al.*, 2019; Peng et Fuchs, 2016; Raghobar *et al.*, 2010; Santana *et al.*, 2022; Spiegel *et al.*, 2021; Swanson et Jerman, 2006; Zhang *et al.*, 2022).

2.2.3 Manifestations de difficultés exécutives dans des tâches de numération

Diamond (2013), Leblanc (2013) et Dawson et Guare (2014) illustrent concrètement les caractéristiques des élèves avec des difficultés exécutives : ce sont des élèves qui peinent à

mobiliser leur MT, à garder l'objectif de la leçon en tête, à modifier leurs automatismes selon les attentes, à supprimer des informations non pertinentes au traitement de l'information, etc.

Prenons un exemple concret de tâche où il est demandé à l'élève quel nombre est représenté par deux dizaines et 15 unités et imaginons les conséquences de faiblesses dans chacune des FE sur la tâche à exécuter. Dans un premier temps, l'élève devra s'engager volontairement dans la tâche et persister jusqu'au résultat final. S'il a un déficit dans son activation, il aura plutôt tendance à rêver (s'il est sous-actif) ou à être dans un état de suractivation cognitive et physique, ce qui l'empêchera de focaliser son attention sur la tâche. Si l'élève présente une faiblesse dans sa MT, il peinera à retenir les concepts « deux », « dizaines », « quinze », « unité » et/ou manipulera « deux » et « quinze » sans se rappeler des unités de numération et pourra par exemple donner le résultat « 17 ». S'il a un défaut d'inhibition, l'élève pourra ne pas prendre le temps de la réflexion et du coup ne pas inhiber la réponse automatisée « 215 ». Comme il est décrit plus haut, la planification/organisation est étroitement liée à l'inhibition et la MT, et une faiblesse dans cette FE pourra mener l'élève aux résultats « 17 » ou « 215 » par manque de contrôle de son activité cognitive ou de priorisation des éléments importants dans le problème. Un déficit de flexibilité pourra mener l'élève à utiliser les mêmes stratégies, à ne pas voir le problème sous un angle différent et donc à associer « 2 » à des unités, au même titre que « 15 » et par conséquent donner la réponse « 17 ». Si l'élève présente une faiblesse en régulation émotionnelle, il pourra, face à cette tâche qu'il considère difficile, se laisser envahir par ses émotions (colère, frustration, par exemple), ce qui peut nettement affecter son engagement dans la tâche. Dans ce cas, il pourra être dans l'incapacité de réfléchir, son champ cognitif étant embarrassé par de trop fortes émotions à gérer. Ces quelques exemples démontrent, de manière non exhaustive, les conséquences de faibles FE des élèves sur les actions et les pensées lors d'une tâche de numération. Au vu de ce qui précède, il paraît donc fondamental d'accorder une attention particulière à l'évaluation des FE en classe.

2.2.4 Évaluation des fonctions exécutives

Les difficultés liées aux FE dans les tâches en numération imposent le recours à des outils de mesure pertinents et validés pour identifier les besoins des élèves et poser un plan d'intervention ajusté (Lafay et Helloin, 2020). L'évaluation des FE en milieu scolaire fournit des indications aussi bien sur les processus mobilisés que sur les effets d'une intervention (Fournier et des Portes, 2017), permet de documenter les difficultés exécutives et de poser les jalons de soutiens intégrés à l'enseignement pour pallier ces déficits (Zelazo *et al.*, 2017). En l'état, la recherche relève deux types de tests pour évaluer les FE, chacun mesurant des phénomènes différents : des tests psychométriques basés sur la performance et des questionnaires de vie (Roy, 2021; Toplak *et al.*, 2013; Zelazo *et al.*, 2017). Les tests basés sur la performance mesurent directement les compétences cognitives de l'enfant de manière standardisée, à un moment précis du développement (par ex., la Batterie d'évaluation des Fonctions Exécutives de l'Enfant (FEE) de Roy *et al.*, 2021). Les questionnaires de vie mesurent la mise en œuvre comportementale des compétences exécutives des élèves dans les contextes quotidiens. Ils sont en principe complétés par les parents et/ou par les enseignants (par ex., le Behavioral Rating Inventory of Executive Function (BRIEF) de Roy *et al.*, 2014), mais peuvent aussi l'être par l'élève en auto-report (par ex., le Questionnaire of Executive Functioning (QEF) de Geurten *et al.*, 2016).

2.2.5 Que retenir

Il existe un grand nombre de preuves d'un lien entre les FE et la réussite en numération (Gilmore *et al.*, 2020; Magalhães *et al.*, 2020; Roy *et al.*, 2012). Malgré cette évidence, la littérature mentionne la complexité à évaluer les FE, tant dans un contexte de laboratoire que dans un contexte scolaire ou familial en lien avec un apprentissage en numération. Notre choix pour évaluer les FE des élèves s'est porté sur un questionnaire de vie, à renseigner par les enseignants. Cet outil a l'avantage de tenir compte du versant émotionnel des FE et de renvoyer à une grande diversité de situations.

3. Questions de recherche

Cette étude ambitionne d'examiner deux outils d'évaluation, l'un ciblant les FE, l'autre la compréhension procédurale et conceptuelle du SNDP des élèves. L'outil d'évaluation inspiré de Herzog *et al.* (2017, 2019) vise à identifier le profil des élèves au regard des cinq niveaux hiérarchiques proposés par les auteurs, selon leur compréhension du SNDP. Le but de la recherche est de mettre à l'épreuve le caractère hiérarchique du modèle : un élève positionné à un niveau devrait en principe maîtriser les niveaux inférieurs. Le questionnaire de vie Profil de Gestion Exécutive (PGEx) de Gagné *et al.* (2009) a l'avantage de ne contenir que 24 items, tout en couvrant un panel de six fonctions exécutives. Il est donc rapidement complété par les enseignants. Toutefois, il n'a jamais fait l'objet d'une analyse de validité et fiabilité. Voici donc explicitement les questions de recherche.

Question 1 : L'outil d'évaluation du SNDP permet-il de positionner les élèves sur une échelle hiérarchique? Autrement dit, faut-il considérer les différents niveaux comme des étapes successives de l'apprentissage, l'accès à un niveau supérieur ne serait alors possible qu'une fois les niveaux précédents parfaitement maîtrisés ?

Question 2 : Le questionnaire de vie PGEx de Gagné *et al.* (2009) répond-il aux propriétés psychométriques de validité convergente et discriminante et de fiabilité de la cohérence interne ? Nous considérons que le questionnaire possède une validité convergente satisfaisante si au moins trois items appartenant à un construit commun présentent des saturations supérieures à .60, tandis que pour la validité discriminante, les items doivent avoir des saturations inférieures à .30 (Bhanacherjee, 2012). Pour être fiable, il doit avoir un degré de cohérence interne supérieur à .70 (α Cronbach).

4. Méthodologie

La recherche est de type exploratoire ; elle vise à vérifier la validité des deux outils d'évaluation utilisés. Pour l'outil d'évaluation du SNDP, nous avons examiné la correspondance entre le nombre total de points obtenus par les élèves et leur réussite à au moins 75% de chaque niveau. Pour ce faire, nous avons effectué des analyses de corrélation bivariée et des statistiques descriptives de fréquence et de tableaux croisés. Pour vérifier la validité du questionnaire de vie évaluant les six FE, nous avons entrepris une analyse factorielle en composantes principales, avec rotation Varimax. Pour analyser la fiabilité du questionnaire de vie, nous avons calculé l'alpha de Cronbach.

4.1. Participants

Un total de 116 enfants de 3^e année primaire (8 à 9 ans) de cinq écoles de la Fédération Wallonie-Bruxelles (FWB) ont été évalués (Tableau 1). Cette focalisation sur les élèves de 3^e

année primaire tient au fait que la compréhension conceptuelle du SNDP a été particulièrement prédictive des compétences arithmétiques ultérieures (Rojo *et al.*, 2021), et c'est en troisième classe qu'elle a été la plus forte (Moeller *et al.*, 2011). De plus, les FE se développent dès les premiers mois de vie, jusqu'à la fin de l'adolescence (Roy *et al.*, 2020) et se distinguent entre elles dès l'âge de six ans (McKenna *et al.*, 2017). Les élèves de 3^e année primaire correspondent donc à cette phase de différenciation des FE.

Tableau 1 : Statistiques descriptives de l'échantillon

École	Classe	N élèves	N filles	N garçons	Redoublement	ISE ² de l'école
1	1.1	10	2	8	2	2/20
	1.2	10	6	4		
2	2.1	12	5	7		20/20
	2.2	12	6	6	1	
3	3.1	9	4	5	3	13/20
4	4.1	18	11	7		20/20
	4.2	16	9	7		
5	5.1	12	7	5	1	4/20
	5.2	11	6	5	4	
	5.3	6	5	1		
TOTAL	10	116	61 (53%)	55 (47%)	12 (10%)	<i>Au 23.04.2020</i>

En FWB, chaque établissement scolaire se voit attribuer un indice socioéconomique (ISE) sur une échelle de 0 à 20, selon la situation socioéconomique des élèves qu'il accueille. Le but de la mise en place de ce dispositif de discriminations positives est « d'octroyer des moyens supplémentaires aux écoles accueillant des élèves provenant des milieux les plus défavorisés sur base des critères socioéconomiques et non scolaires »³. Deux écoles présentent un indice socioéconomique très élevé, deux écoles un indice très faible et une école un indice moyen. Tous les enfants de l'échantillon parlent couramment et comprennent le français. Les écoles ont été recrutées par l'auteur principal en prenant contact par téléphone avec les différentes directions.

4.2. Mesures

4.2.1 Outil d'évaluation SNDP

Comme Herzog *et al.* (2019) n'évaluent pas le niveau 0, nous nous sommes inspirés de leurs travaux et de nos diverses lectures pour créer les items. Pour les quatre exercices de niveau 0, la comparaison des nombres à deux chiffres constituait un item de Herzog *et al.* (2017), la comparaison des nombres à trois chiffres reposait sur les études qui apportent un éclairage

² ISE = Indice Socio-Economique.

³ <http://www.enseignement.be/index.php?page=28569&navi=4952> (p. 6)

sur la manière dont les connaissances émergentes servent de base aux connaissances explicites (Bower *et al.*, 2022; Cheung et Ansari, 2021; Moeller *et al.*, 2011; Yuan *et al.*, 2019). Ces études ont en effet montré la capacité des enfants de maternelle à comparer la taille de deux nombres écrits à plusieurs chiffres. Par analogie, si les élèves de classe maternelle étaient capables de comparer les nombres à deux, trois ou quatre chiffres, nous avons fait l'hypothèse que les élèves de primaire étaient capables de comparer des nombres à cinq chiffres (exercices 1a et 1d). Toutefois, nous n'avons trouvé aucune étude qui avait examiné cela chez les élèves du début du primaire. Les items des niveaux I, III et IV proviennent tous de Herzog *et al.* (2017) et Herzog et Fritz (2019). Au niveau II, deux items (8a-8b) relevant du principe décimal, ont été insérés sous forme de résolution de problèmes. Plus exactement, Tempier (2015) a créé des situations de commande de collections, dans lesquelles les principes décimal et de position sont travaillés. Il part de l'écriture chiffrée pour produire une écriture en unités de numération, afin de travailler les conversions entre unités, mais avec des contraintes précises. Il s'agit donc ici de partir du nombre « 124 » pour produire une écriture en dizaines (12 paquets de 10). Dans un deuxième temps, il s'agit de rajouter un paquet de 10 afin d'avoir les « 124 » ballons désirés (et donc d'aller jusqu'à 130).

L'outil d'évaluation a été traduit de l'allemand en français par nos soins et comprend 4 items de niveau 0, 8 items de niveau I, 6 items des niveaux II et III et 4 items de niveau IV. Comme tous les items ont été présentés dans un ordre aléatoire, nous avons décidé d'inclure plus d'items de niveau I et moins d'items de niveau IV pour prévenir un trop grand nombre d'items challengeants. Le format utilisé était des abaques, des décompositions abstraites et des illustrations basées sur des blocs base-10 (Figure 6). Les items comprenaient des questions à choix multiples et des questions ouvertes. Chacune des questions à choix multiples comprenait quatre choix de réponse. Les trois distracteurs provenaient d'erreurs fréquemment commises dans l'étude de validation allemande. Une seule réponse mathématique correcte correspondait aux réponses des questions ouvertes. La collection d'items présente une bonne cohérence interne (α de Cronbach $\alpha = .88$).

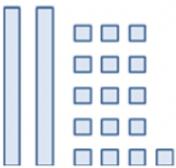
<p>Entoure le chiffre indiquant la Dizaine (D)</p> <p style="text-align: center;">2 8 9</p> <p style="text-align: right;"><i>item niveau I</i></p>	 <ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> 18 <input type="checkbox"/> 216 <input type="checkbox"/> 36 <input type="checkbox"/> 231 <p style="text-align: right;"><i>item niveau II</i></p>						
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>D</th> <th>U</th> <th>Nombre</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">16</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: right;"><i>item niveau III</i></p>	D	U	Nombre	3	16		 <p style="text-align: right;">Il doit y avoir 574 en tout.</p> <p style="text-align: right;"><i>item niveau IV</i></p>
D	U	Nombre					
3	16						

Figure 6 : Exemples d'items évaluant la compréhension conceptuelle du système de numération décimal de position⁴

⁴ Tiré de Herzog et Fritz (2022). Réimprimé avec permission.

4.2.2 Questionnaire de vie PGEx

Le questionnaire comprend 24 items, répartis équitablement parmi les six FE et demande 15 minutes à l'enseignant pour le remplir. Les enseignants ont évalué le comportement de leurs élèves au cours des six derniers mois sur une échelle de Likert en quatre réponses, selon que le comportement est rarement, occasionnellement, souvent ou fréquemment apparu. Les réponses ont ensuite été codées en variables ordinales (0 = jamais/rarement, 1 = à l'occasion, 2 = assez souvent/souvent, 3 = très souvent, fréquemment). Le Tableau 2 présente des exemples d'items.

Tableau 2 : Exemple d'items pour chacune des FE

FE évaluée	Item
Activation	Se mobilise le temps nécessaire à l'exécution de la tâche prescrite.
Inhibition	Est capable de s'imposer un délai avant de passer à l'action.
Flexibilité	S'adapte aux situations nouvelles et aux imprévus.
MT	Conserve en mémoire son objectif pendant toute l'exécution de la tâche.
Planification	Retrouve ce dont il a besoin pour exécuter son travail.
Régulation émotionnelle	A une expression émotionnelle adaptée à la situation.

Le PGEx de Gagné *et al.* (2009) est un questionnaire de vie qui s'adresse aux enseignants. Selon communication avec les auteurs, le questionnaire n'a jamais reçu de validation empirique (il est difficile de savoir s'il mesure ce qu'il prétend mesurer), ni de standardisation (implique des conditions de passation identiques), ni de fidélité (doit être reproductible et stable dans ses résultats).

4.3. Procédure et récolte de données

Cette étude a été approuvée par le Comité d'Avis Ethique Facultaire de l'ULB (référence [639/2022]) et les parents ont signé un formulaire de consentement libre. Les données recueillies sont de deux types : une évaluation papier-crayon adressée à l'élève et récoltée en octobre 2022 par la première auteure et cinq stagiaires de recherche, et un questionnaire adressé à l'enseignant des élèves concernés. L'évaluation papier-crayon a été présentée en une fois, avec une durée de passation entre 15 et 45 minutes par élève, dans un local calme à l'extérieur de la classe. Un investigateur supervisait deux élèves et s'assurait de la bonne compréhension de chaque consigne. Les 116 élèves ont été évalués en deux semaines. Pour remplir le questionnaire portant sur les FE des élèves, les enseignants, qui les côtoient régulièrement, ont été sollicités. Le questionnaire était à remplir entre fin décembre et fin février au plus tard, de telle sorte que l'enseignant avait entre quatre et six mois pour connaître ses élèves.

4.4. Analyse de données

Suite à la récolte de données, une correction des 28 items de l'évaluation du SNDP a été réalisée par la première auteure. Un point était accordé par réponse correcte. Les données ont ensuite été codées dans un tableau Excel par deux personnes (l'une dictant les données, l'autre les codant), de manière à garantir l'exactitude des données. Les analyses statistiques ont été réalisées avec SPSS 28.

Selon le modèle de Herzog et Fritz (2019), pour que l'élève atteigne un niveau, il doit avoir obtenu un score global au moins égal à 75% au minimum. Ce 75% permet de considérer les niveaux selon une perspective d'élaboration progressive des concepts. Nous ne comptons pas le niveau 0, car c'est le niveau le plus bas auquel est automatiquement associé un élève.

Tableau 3 : Calcul pour ranger les élèves par niveau

Niveau	0	I	II	III	IV
N points /36	0-8	9-14	15-20	21-26	27-36

Herzog et Fritz (2019) ont utilisé une cotation avec des multiples de quatre pour réaliser leurs niveaux. Dans un souci de cohérence, nous avons cherché à donner le même poids que ces auteurs à chaque niveau dans le calcul du score global, quand bien même nous n'avons pas le même nombre d'items (36 items chez Herzog et Fritz contre 24 items dans notre étude – hors niveau 0). Ceci nous a amenés à donner un certain coefficient aux items des différents niveaux : nous obtenons alors un score sur 36 à partir de 24 items utilisés (Tableau 3). En complément de ce positionnement reposant sur le score global, nous examinerons également le pourcentage d'élèves ayant atteint un niveau ainsi que les niveaux inférieurs. Un troisième point de vue (meilleur niveau) fait référence au niveau le plus élevé atteint par l'élève, indépendamment de son échec aux niveaux inférieurs.

5. Résultats

5.1. Question 1 : L'outil d'évaluation du SNDP permet-il de positionner les élèves sur une échelle hiérarchique ?

Les analyses descriptives informent sur la compréhension du SNDP par les élèves. Avec le tableau 4, nous avons examiné trois différentes manières de classer les élèves. Nous remarquons des différences significatives entre le classement sur base du score global et de réussite aux niveaux inférieurs ($\chi^2(16) = 87.73, p < .001$), de même qu'entre le score global et la réussite au niveau le plus élevé ($\chi^2(16) = 129.06, p < .001$).

Tableau 4 : Trois différentes manières de classer les élèves par niveau

Élèves classés selon	0	I	II	III	IV
Score global	7%	13%	28%	22%	29%
75% réussite aux niveaux inférieurs	37%	37%	8%	13%	4%
75% réussite niveau le plus élevé	27%	27%	9%	28%	9%

Selon les auteurs, une compréhension conceptuelle du SNDP est jugée insuffisante si elle se situe au-dessous du niveau II. Nous remarquons que le 74% des élèves présente des difficultés de compréhension en numération si le classement s'effectue avec le 75% de réussite aux niveaux inférieurs; cet effectif diminue à 54% si le classement s'effectue selon l'atteinte du meilleur niveau, même si l'élève a échoué à un niveau inférieur. Si nous considérons le score global, cet effectif s'abaisse à 20%. Les élèves obtiennent en moyenne 13.82 points sur 24. Les analyses descriptives indiquent le pourcentage d'élèves ayant réussi

les exercices par niveau (Tableau 5). Nous constatons un pourcentage de réussite dégressif lorsque le niveau de compréhension du SNDP augmente, sauf pour les exercices de niveau III qui sont sensiblement mieux réussis que les exercices de niveau II.

Tableau 5 : Pourcentage d'élèves ayant réussi au moins 75% des exercices par niveau

Niveau	0	I	II	III	IV
Pourcentage de réussite	92%	67%	32%	35%	9%
M (SD)	4.50 (2.082)	7.10 (2.047)	12.08 (1.474)	16.17 (.786)	19.88 (1.493)

Le Tableau 6 atteste le pourcentage d'élèves ayant atteint un niveau et échoué aux niveaux inférieurs. Les élèves échouent surtout dans les exercices du niveau dans lequel ils sont situés avec le score global. Nous observons en particulier un fort taux d'échec aux niveaux II et IV (28%). Les élèves de niveau III rencontrent plus de difficultés dans les exercices de niveau II que ceux de niveau III. Au niveau III et IV, les élèves échouent aux niveaux inférieurs, sauf au niveau 0, contrairement aux élèves de niveaux I et II, qui échouent dans tous les niveaux inférieurs.

Tableau 6 : Élèves classés en fonction du score global et ayant échoué les exercices de niveau inférieur

	Score global permettant de classer l'élève au niveau				
	0	I	II	III	IV
Echec niveau 0	2%	3%	3%	0%	0%
Echec niveau I		13%	11%	3%	2%
Echec niveau II			28%	10%	10%
Echec niveau III				8%	18%
Echec niveau IV					28%

Quelques élèves classés à un certain niveau n'ont pas réussi à obtenir le 75% des points spécifiques au niveau (allant de 2% à 28%), mais ont engrangé suffisamment de points dans les autres niveaux (inférieurs ou supérieurs) pour être classés dans le niveau. En annexe 2, un tableau indique les exercices posant problème pour chaque niveau.

5.2. Question 2 : Le questionnaire de Profil de Gestion Exécutive présente-t-il une validité et fiabilité suffisante ?

L'analyse en composantes principales a été effectuée à partir de 24 variables, réparties en six FE : planification, inhibition, flexibilité, MT, activation et régulation émotionnelle. Le lecteur trouvera la liste des 24 items dans l'annexe 3. Un item a été supprimé, car son indice Kurtosis était supérieur à $|1.5|$ (Mercier et Sauvage, 2022). Avec les réponses de 10 enseignants pour 110 questionnaires, nous dépassons le nombre minimal de réponses totales (100) mais ne

satisfaisions pas au nombre recommandé d'évaluations par variable (10 par variable)⁵. Malgré ce déséquilibre, des tests de corrélation inter-items (indice KMO de 0.90 et test de sphéricité de Bartlett significatif avec $p < .001$) ont montré des résultats significatifs, indiquant des corrélations de bonne qualité entre les items. L'analyse en composantes principales a été sélectionnée pour expliquer la variance avec un minimum de facteurs. Après analyse du tableau de la variance totale expliquée, quatre facteurs ont été retenus, expliquant ensemble 77 % de la variance. Pour interpréter les facteurs, nous avons examiné la matrice des composantes avant rotation et observé que 21 variables saturaient fortement sur le facteur 1. Afin d'obtenir une représentation factorielle plus simple, nous avons fait une rotation Varimax, à la suite de laquelle les variables étaient mieux réparties sur les différents facteurs. Dix variables saturaient sur plusieurs facteurs (Annexe 4) ; nous les avons donc supprimées (Berger, 2021). Nous avons réalisé notre analyse sur 13 variables. Après rotation VARIMAX, qui permet de préserver l'indépendance entre les facteurs, les variables étaient mieux réparties sur les différents facteurs. Nous avons toutefois enlevé deux variables qui saturaient à $> .30$ et avons recommencé l'analyse avec 11 variables. Après une 3^e rotation VARIMAX, nous retirons une variable qui sature à $> .30$ (Tableau 7).

Tableau 7 : Rotation de la matrice des 11 composantes de la 3e analyse

Items	Composante	
	1	2
Activation_1	.29	.63
Activation_3	.38	.60
Régulation Emotionnelle_1	.15	.82
Régulation Emotionnelle_2	.16	.91
Régulation Emotionnelle_3	.13	.84
Flexibilité_1	.89	.29
Flexibilité_2	.89	.21
Flexibilité_3	.84	.28
Flexibilité_4	.91	.21
Planification_1	.90	.15
Planification_3	.85	.22

Au final, 10 composantes (dont la liste se trouve dans l'annexe 5) ont été identifiées dans deux facteurs distincts, qui expliquaient 75% de la variance. Le premier facteur comprend six variables, expliquant 57% de la variance, et le second facteur comprend quatre variables, expliquant 18% de la variance. Nous avons nommé le premier facteur « FE versant chaud », car il englobe des aspects émotionnels, motivationnels et conatifs et le second « FE versant froid », car il renvoie aux compétences purement cognitives (Zelazo et Carlson, 2012). Les scores alpha de Cronbach pour l'échelle et ses facteurs donnent une très bonne satisfaction de la cohérence interne ($\alpha > 0.92$). Nous obtenons ainsi un score alpha de Cronbach de 0.94 pour les variables du versant chaud et de 0.91 pour le versant froid. Nous pouvons donc

⁵ <https://spss.espaceweb.usherbrooke.ca/interpretation-3/>

affirmer que les deux facteurs de l'échelle tirés du GPEX mesurent le même concept (Cronbach, 1951).

6. Discussion

La recherche sur l'enseignement des mathématiques a mis en lumière l'importance accordée aux compétences liées à des facteurs tant spécifiques, telle la compréhension des concepts (Moeller *et al.*, 2011; Rojo *et al.*, 2021) que généraux à tout apprentissage, telles les FE (Cragg et Gilmore, 2014). Dans la lignée de telles recherches, la présente étude a examiné la validité de deux outils évaluant d'une part les FE et d'autre part le SNDP chez les élèves de 3^e année primaire en Belgique francophone. Il en résulte des modifications importantes à apporter aux deux outils.

6.1. Interprétation des résultats

6.1.1 L'outil d'évaluation SNDP validé sous certaines conditions

Nous avons entrepris d'examiner la validité de l'outil d'évaluation SNDP, dont les exercices sont tirés en grande partie des travaux de Herzog *et al.* (2017) et Herzog et Fritz (2019). Nous remarquons une différence de résultats en fonction de la manière de classer les élèves selon la somme totale des points obtenus à l'évaluation ou la réussite aux 75% de chaque niveau. Selon communication interne avec un des créateurs de l'outil d'évaluation du SNDP, dans leur étude, seuls 2% des élèves classés à un niveau échouaient aux niveaux inférieurs. Dans notre étude, ce pourcentage est bien plus élevé (allant de 2% à 28%, cf. Tableau 6). Cela tient probablement en partie au fait que notre outil d'évaluation différait de celui de Herzog et Fritz (2017, 2019) dans le nombre d'items d'une part, et le contenu de certains exercices d'autre part.

Le fait de classer les élèves selon le nombre total de points obtenus à l'évaluation SNDP paraît plus pertinent et est en adéquation avec la théorie de l'apprentissage en vagues de Opfer et Siegler (2007) : l'enfant comprend graduellement le SNDP, ce qui implique un chevauchement des différents niveaux de compréhension. Par la suite, l'enfant aura tendance à mobiliser plus certaines stratégies, considérées comme efficaces, et délaissera d'autres, considérées comme obsolètes. Selon cette théorie, l'élève est capable de surmonter certaines difficultés, en utilisant des stratégies performantes, alors même qu'il échoue dans des exercices plus faciles, car les stratégies utilisées sont inefficaces. Nous émettons l'hypothèse que ce tri de stratégies effectué par l'élève repose sur sa compréhension des concepts en jeu. Or, dans un premier temps, le principe de position serait mieux maîtrisé que le principe décimal (Tempier, 2015). Puis, lors de l'apprentissage du principe décimal, l'élève ferait plus d'erreurs dans les exercices relatifs au principe de position, l'hypothèse étant la préoccupation portée aux conversions au détriment des éléments relatifs au principe de position. Les élèves ne seraient pas capables d'opérer sur les deux tableaux en même temps (Soury-Lavergne *et al.*, 2019). Nous observons cela dans les exercices de niveau I, qui mobilisent uniquement le principe de position : un tiers des élèves a échoué, en particulier lorsqu'il y a un « 0 » dans les dizaines ou un nombre à quatre chiffres. Ce serait surtout en 3^e année primaire que les élèves évoluent dans leur compréhension des deux principes position et décimal (Soury-Lavergne *et al.*, 2019). Ceci se retrouve dans la théorie de Fuson *et al.* (1997), qui décrivent le long processus d'apprentissage par lequel passent les élèves pour coordonner simultanément les deux principes décimal et de position. Nous faisons l'hypothèse que c'est la raison pour

laquelle le nombre d'élèves ayant échoué aux exercices de niveau inférieur est si élevé dans nos résultats.

Dans un autre ordre d'idée, nous désirons revenir sur les items qui ont posé problème aux élèves, afin de les reconfigurer pour la suite de la recherche. L'exercice du niveau 0, qui consiste à comparer un nombre à cinq chiffres, met en avant la compréhension du lien que certains élèves attribuent au nombre de groupements de 10 supérieur à 100 et le chiffre à la position des dizaines (Giroux *et al.*, 2018). Cela rejoint Bednarz et Janvier (1982) et Houdement et Tempier (2019), qui affirment que l'extension aux nombres supérieurs à 100 n'est pas garantie malgré la compréhension de la coordination des unités et dizaines. Les quatre exercices de niveau 0 seront enlevés pour la suite de la recherche, puisqu'un élève qui échoue au niveau I est automatiquement classé en niveau 0. Les deux exercices de niveau II, qui portent sur la résolution de problèmes, mettent en jeu différentes FE et pas seulement le SNDP. D'abord, l'élève doit avoir une bonne MT pour compter de 10 en 10 en gardant en tête le nombre « 120 », puis il doit être flexible pour ajouter un paquet de 10 ballons afin d'avoir au moins « 124 » ballons en tout. Il doit également faire preuve d'inhibition pour éviter la réponse « 130 » et convertir « 130 » en « 13 » paquets de 10. Enfin, l'élève doit rester motivé et engagé dans la tâche, même si celle-ci semble complexe. La résolution de problèmes évalue le SNDP et la manière dont l'élève mobilise ses FE dans une activité ; or, nous ne cherchons pas à évaluer les FE avec cet outil d'évaluation. Cet exercice est responsable de la moins bonne réussite des élèves aux exercices de niveau II que de ceux de niveau III. Il sera donc également enlevé.

Les exercices de niveau III, qui se réfèrent à l'addition avec représentation abstraite non canonique, ne présentaient aucun dessin et encore moins du matériel à manipuler. Or, selon Herzog et Fritz (2019), au niveau III, les élèves sont capables de convertir des dizaines en centaines, pour autant qu'il y ait manipulation. Cet exercice ne correspond donc pas à la définition du niveau III donnée par Herzog et Fritz (2019). Les trois exercices de soustraction avec report se sont également révélés difficiles pour les élèves. Nous faisons l'hypothèse que la compréhension conceptuelle du principe décimal n'est pas encore acquise pour bon nombre d'élèves. La difficulté des exercices de niveau IV résidait uniquement dans des exercices d'additions avec report et de transformations non canoniques. D'une part, cela rejoint la littérature qui lie la compréhension du SNDP à l'arithmétique (Moeller *et al.*, 2011; Sari et Olkun, 2019). D'autre part, l'habileté à structurer les nombres de manière canonique et non canonique est perçue comme un concept central lié au SNDP (Ladel et Kortenkamp, 2016). Nous considérons qu'un élève de niveau IV a donc une très bonne compréhension conceptuelle du SNDP.

En résumé, l'outil d'évaluation SNDP, fortement inspiré de Herzog *et al.* (2017) et Herzog et Fritz (2019), s'avère judicieux pour repérer les élèves en difficulté en numération, sous réserve de modifications des items, décrites plus haut. En outre, nous avons souligné la pertinence de positionner les élèves en fonction du nombre total de points obtenus, en assumant une certaine incertitude quant à la réussite dans les niveaux inférieurs (voire du niveau atteint lui-même).

6.1.2 L'outil d'évaluation PGEx invalidé

Le questionnaire de vie rend compte de la manière dont les enfants expriment la diversité de leurs compétences et permet de suivre leur évolution (Zelazo *et al.*, 2017). Pour cela, il est d'une grande importance de rester attentif aux qualités de fiabilité et de validité du questionnaire de vie utilisé. La littérature mentionne en effet son caractère subjectif et le peu

de corrélation entre les tests de performance et le questionnaire de vie (Toplak *et al.*, 2013). Évaluer les FE des élèves reste donc un défi de taille, mais un défi primordial. Cela permet en effet de cibler les FE à soutenir lors d'activités en classe. La fiabilité des 24 items, issus du questionnaire de vie de Gagné *et al.* (2009), indique un fort taux de similarité entre eux (α Cronbach = .92). Selon Tavakol et Dennick (2011), une valeur élevée d'alpha ($> .90$) peut suggérer des redites et montrer que la durée pour remplir le questionnaire devrait être réduite. Cela a été démontré avec l'analyse en composantes principales, qui a permis de réduire les 24 variables à 10, rendant plus clair le contenu de chaque item. Ainsi, il a été possible d'identifier six items utilisés par les enseignants pour évaluer la mobilisation des FE purement cognitives de leurs élèves et quatre items pour évaluer la mobilisation des FE émotionnelles. Toutefois, la fiabilité des quatre variables de FE émotionnelles reste élevée (α Cronbach = .94), tout comme celle des six variables de FE cognitives (α Cronbach = .91). Cela pourrait signifier que les items testent la même question mais sous une forme différente.

En outre, le questionnaire de Gagné *et al.* (2009) ne présente pas tous les critères de validité. En effet, les six facteurs correspondant chacun à une composante des FE ont été réduits à deux facteurs (versant purement cognitif et versant émotionnel des FE), qui expliquent à eux seuls 75% de la variance totale. Le facteur nouvellement nommé « FE cognitives » explique 57% de la variance totale. Ceci rejoint deux études, qui proposent que les résultats en mathématiques soient associés aux FE versant cognitif (froid) et non pas aux FE versant émotionnel (chaud) (Brock *et al.*, 2009; O'toole *et al.*, 2018). En étudiant 173 élèves de maternelle, Brock *et al.* (2009) n'ont repéré aucune contribution des FE chaudes à la réussite scolaire, aux comportements liés à l'apprentissage et à l'engagement en classe. Par contre, ils ont mis à jour le lien entre l'attitude attentive, engagée, participative des élèves avec des FE froides importantes. Dans la même lignée, O'toole *et al.* (2018) ont conclu à un seul facteur exécutif froid prédictif de la réussite scolaire chez les enfants de cinq à sept ans : la MT. Cela appuie un grand nombre d'études mettant en avant l'implication de la MT pour la réussite en numération (Allen *et al.*, 2019; Friso-Van Den Bos *et al.*, 2013; Jacob et Parkinson, 2015; Pascual *et al.*, 2019; Peng et Fuchs, 2016; Raghubar *et al.*, 2010; Santana *et al.*, 2022; Spiegel *et al.*, 2021; Swanson et Jerman, 2006; Zhang *et al.*, 2022).

En conclusion, malgré des résultats intéressants, les 24 items du questionnaire PGEx ne semblent pas répondre aux attentes de validité ni de fidélité. Pour la suite de la recherche, nous allons utiliser un questionnaire de vie validé (*Behavioral Rating Inventory of Executive Function*, BRIEF de Fournet *et al.* (2014), le but étant d'examiner l'impact d'un soutien aux FE sur les compétences mathématiques, puisqu'une des hypothèses actuelles propose que les élèves avec de faibles habiletés exécutives ont des résultats plus faibles en numération (Diamond, 2013; Gilmore et Cragg, 2018). Les différences individuelles au niveau des FE sont surtout associées à l'environnement dans lequel vit l'enfant (Zelazo *et al.*, 2017). Dès lors, plusieurs chercheurs mentionnent l'intérêt porté à la structuration des interactions en classe, qui influenceraient le développement des FE (Bardack et Obradović, 2019; Serpell et Esposito, 2016; Zelazo *et al.*, 2017). C'est ce vers quoi nous allons nous tourner pour la suite de notre recherche.

6.2. Limites et ouverture pédagogique

Certaines limites sont à relever dans notre recherche. Une limite a trait à l'échantillon, qui se compose, pour plus de la moitié, d'élèves provenant d'écoles à indice SSE très élevé (20/20). Or, des études attestent de l'influence du manque de stimulation environnementale sur le développement des FE en contexte de faible indice socio-économique (Gilmore et Cragg,

2018; Vandenbroucke *et al.*, 2018; Zelazo et Müller, 2002). En effet, les résultats ont pu être biaisés par la sous-représentation des élèves de faible indice socio-économique. Une autre limite concerne les FE. La généralisation de cette étude pourrait être limitée par l'utilisation d'un questionnaire rempli de manière subjective par les enseignants. En effet, chaque enseignant répond à chaque item avec sa compréhension subjective de l'énoncé formulé, mais aussi avec ses propres émotions. Ainsi, un élève avec un comportement difficile à gérer pourrait avoir des réponses différentes s'il s'est bien ou mal comporté juste avant que l'enseignant ne remplisse la grille. Vu l'importance accordée à l'évaluation des FE, il nous paraît fondamental d'utiliser un questionnaire standardisé, tel le BRIEF, pour récolter les données chez les enseignants. Une troisième limite réfère aux items évaluant le SNDP. Deux items ne provenaient pas de Herzog et Fritz (2019) et dix items provenaient de Herzog *et al.* (2017), qui ont été supprimés par les auteurs à la suite d'autres études, car ils se sont révélés peu pertinents pour évaluer le SNDP. Ces 12 items inopportuns ont donc pu impacter les résultats.

Dans une ouverture pédagogique, un enjeu important est celui de l'évaluation des élèves dans une perspective diagnostique, afin de cibler au mieux le soutien à apporter. L'outil d'évaluation du SNDP (avec modifications) offre aux enseignants un tel outil. Notre étude souligne aussi la problématique de la validité des dispositifs d'évaluation, notamment ceux destinés à l'évaluation des compétences cognitives utiles dans toute activité mathématique (Gilmore *et al.*, 2020). Plusieurs outils de type « questionnaire de vie » sont susceptibles d'intégrer la boîte à outils des enseignants, peut-être à plus forte raison ceux de l'enseignement spécialisé. Notre étude a mis en évidence quelques limites de l'outil exploré (PGEx), d'autres pourraient être plus valides. Cependant, une tension qu'il ne faut pas ignorer est celle de la praticabilité des outils pour des professionnels de l'enseignement, notamment au niveau de l'accès et du temps nécessaire à la complétion.

7. Conclusion

L'objectif de cet article était de mettre à l'épreuve deux outils évaluant d'une part la compréhension conceptuelle du SNDP, et d'autre part les FE mobilisées par les élèves. Les résultats montrent les limites de l'outil utilisé pour l'évaluation des FE (questionnaire renseigné par les enseignants), ce qui nous amènera pour la suite de cette recherche à préférer un autre outil ayant fait l'objet d'une validation. Par ailleurs, cette étude a mis à jour des modifications à apporter à l'outil d'évaluation du SNDP. Enfin, elle a aussi permis d'explorer la question du processus d'apprentissage dans une perspective développementale, en interrogeant le caractère hiérarchique des niveaux du modèle considéré.

8. Références bibliographiques

- Agostini, F., Zoccolotti, P. et Casagrande, M. (2022). Domain-General Cognitive Skills in Children with Mathematical Difficulties and Dyscalculia: A Systematic Review of the Literature. *Brain Sciences*, 12(2), 239. <https://doi.org/10.3390/brainsci12020239>
- Allen, K., Higgins, S. et Adams, J. (2019). The Relationship between Visuospatial Working Memory and Mathematical Performance in School-Aged Children: a Systematic Review. *Educational Psychology Review*, 31(3), 509–531. <https://doi.org/10.1007/s10648-019-09470-8>
- Al-Mutawah, M. A., Thomas, R., Eid, A., Mahmoud, E. Y. et Fateel, M. J. (2019). Conceptual understanding, procedural knowledge and problem-solving skills in mathematics: High school graduates work analysis and standpoints. *International Journal of Education and Practice*, 7(3), 258–273. <https://doi.org/10.18488/journal.61.2019.73.258.273>
- Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M. K. et Nurmi, J. E. (2004). Developmental dynamics of math performance from preschool to grade 2. *Journal of Educational Psychology*, 96(4), 699–713. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.96.4.699>
- Baccaglioni-Frank, A. (2017). Preventing learning difficulties in arithmetic: The approach of the PerContare project. *Mathematics Teaching*, 14–18. www.atm.org.uk
- Bardack, S. et Obradović, J. (2019). Observing teachers' displays and scaffolding of executive functioning in the classroom context. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 62, 205–219. <https://doi.org/10.1016/j.appdev.2018.12.004>
- Bednarz, N. et Janvier, B. (1982). The Understanding of Numeration in Primary School. *Educational Studies in Mathematics*, 13, 33–57.
- Berger, J.-L. (2021). Analyse factorielle exploratoire et analyse en composantes principales : guide pratique. *HAL Open Science*, 1–46.
- Bhanacherjee, A. (2012). *Recherche en sciences sociales: Principes, méthodes et pratiques* (Scholar Commons). http://scholarcommons.usf.edu/oa_textbooks/3
- Bower, C. A., Mix, K. S., Yuan, L. et Smith, L. B. (2022). A network analysis of children's emerging place-value concepts. *Psychological Science*, 33(7), 11121–11127. <https://doi.org/10.1177/09567976211070242>
- Brock, L. L., Rimm-Kaufman, S. E., Nathanson, L. et Grimm, K. J. (2009). The contributions of “hot” and “cool” executive function to children's academic achievement, learning-related behaviors, and engagement in kindergarten. *Early Childhood Research Quarterly*, 24(3), 337–349. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2009.06.001>
- Butterworth, B. (2005). Developmental Dyscalculia. In J. I. D. Campbell (Ed.), *Handbook of Mathematical cognition* (Psychology Press, pp. 455–467).
- Chen, Q. et Li, J. (2014). Association between individual differences in non-symbolic number acuity and math performance: A meta-analysis. *Acta Psychologica*, 148, 163–172. <https://doi.org/10.1016/j.actpsy.2014.01.016>
- Cheung, P. et Ansari, D. (2021). Cracking the code of place value: The relationship between place and value takes years to master. *Developmental Psychology*, 57(2), 227.
- Cragg, L. et Gilmore, C. (2014). Skills underlying mathematics: The role of executive function in the development of mathematics proficiency. *Trends in Neuroscience and Education*, 3(2), 63–68. <https://doi.org/10.1016/j.tine.2013.12.001>
- Cragg, L., Keeble, S., Richardson, S., Roome, H. E. et Gilmore, C. (2017). Direct and indirect influences of executive functions on mathematics achievement. *Cognition*, 162, 12–26. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2017.01.014>

- Dawson, P. et Guare, R. (2014). Interventions to Promote Executive Development in Children and Adolescents. Dans S. Goldstein et J. A. Naglieri (dir.), *Handbook of Executive Functioning* (p. 427–443). Springer.
- Dehaene, S. (2018). *Apprendre! Le talent du cerveau, le défi des machines* (Odile Jacob).
- Dehaene, S. et Changeux, J.-P. (1993). Development of Elementary Numerical Abilities: A Neuronal Model. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 5(4), 390–407. <http://mitprc.silverchair.com/jocn/article-pdf/5/4/390/1755093/jocn.1993.5.4.390.pdf>
- Deloche, G. et Seron, X. (1982). From one to 1: An analysis of a transcoding process by means of neuropsychological data. *Cognition*, 12, 119–149.
- Diamond, A. (2013). Executive functions. *Annual Review of Psychology*, 64, 135–168. <https://doi.org/10.1146/annurev-psych-113011-143750>
- Diamond, A. et Ling, D. S. (2016). Conclusions about interventions, programs, and approaches for improving executive functions that appear justified and those that, despite much hype, do not. *Developmental Cognitive Neuroscience*, 18, 34–48. <https://doi.org/10.1016/j.dcn.2015.11.005>
- Dietrichson, J., Thomsen, M. K., Kaas Seerup, J., Strandby, M. W., Viinholt, B. C. A. et Bengtsen, E. (2022). *School-based language, math, and reading interventions for executive functions in children and adolescents: A systematic review*. <https://doi.org/10.1002/cl2.1262>
- DSM-V-TR American Psychiatric Association. (2022). *Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders fifth Edition Text Revision: Vols. V-5th edition*.
- Emslander, V. et Scherer, R. (2022). The Relation Between Executive Functions and Math Intelligence in Preschool Children: A Systematic Review and Meta-Analysis. *Psychological Bulletin*, 1–107. <https://doi.org/10.1037/bul0000369>
- Estévez-Pérez, N., Castro-Cañizares, D., Martínez-Montes, E. et Reigosa-Crespo, V. (2019). *Numerical processing profiles in children with varying degrees of arithmetical achievement*. <https://doi.org/10.1016/j.actpsy.2019.05.001>
- Fourneret, P. et des Portes, V. (2017). Approche développementale des fonctions exécutives : du bébé à l'adolescence. *Archives de Pédiatrie*, 24(1), 66–72. <https://doi.org/10.1016/j.arcped.2016.10.003>
- Fournet, N., Roulin, J.-L., Monnier, C., Atzeni, T., Cosnefroy, O., Le Gall, D. et Roy, A. (2014). Multigroup confirmatory factor analysis and structural invariance with age of the Behavior Rating Inventory of Executive Function (BRIEF)-French version. *Child Neuropsychology A Journal on Normal and Abnormal Development in Childhood and Adolescence*, 21(3), 379–398. <https://doi.org/10.1080/09297049.2014.906569>
- Friso-Van Den Bos, I., Van Der Ven, S. H. G., Kroesbergen, E. H., et Van Luit, J. E. H. (2013). Working memory and mathematics in primary school children: A meta-analysis. In *Educational Research Review* (Vol. 10, pp. 29–44). <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2013.05.003>
- Gagné, P.-P., Leblanc, N., & Rousseau, A. (2009). *Apprendre... une question de stratégies* (Chenelière Education).
- Geary, D. C., Hoard, M. K., Nugent, L. et Bailey, D. H. (2012). Mathematical cognition deficits in children with learning disabilities and persistent low achievement: A five-year prospective study. *Journal of Educational Psychology*, 104(1), 206–223. <https://doi.org/10.1037/a0025398>
- Gilmore, C. et Cragg, L. (2018). The Role of Executive Function Skills in the Development of Children's Mathematical Competencies. In *Heterogeneity of Function in Numerical Cognition* (pp. 263–286). Elsevier Inc. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-811529-9.00014-5>

- Gilmore, C., Cragg, L. et Simms, V. (2020). What can cognitive psychology tell us about the challenges of learning mathematics (and what do we still not know)? *Journal of the Chartered College of Teaching*, 1–9.
- Giroux, J., Houle, V. et Ghailane, O. (2018). L'analyse conceptuelle en didactique des mathématiques; spécificités, apports et perspectives. Dans V. Martin, M. Thibault, J. Giroux et A. Savard (dir.), *Actes du Colloque du Groupe de didactique des mathématiques du Québec 2018* (p. 1–214). Cégep de Drummondville.
- Henrard, S. (2021). De l'importance des fonctions exécutives dans la vie de tous les jours. *Revue Francophone d'Orthoptie*, 14(1), 7–11. <https://doi.org/10.1016/j.rfo.2021.02.003>
- Herzog, M., Ehlert, A. et Fritz, A. (2017). A Competency Model of Place Value Understanding in South African Primary School Pupils. *African Journal of Research in Mathematics*, 21(1), 37–48. <https://doi.org/10.1080/18117295.2017.1279453>
- Herzog, M., Ehlert, A. et Fritz, A. (2019). Development of a sustainable place value understanding. In *International Handbook of Mathematical Learning Difficulties: From the Laboratory to the Classroom* (pp. 561–580). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3_33
- Herzog, M. et Fritz, A. (2019). *Validation of a developmental model of place value concepts*. 2, 352–359.
- Houdement, C. et Tempier, F. (2019). Understanding place value with numeration units. *ZDM - Mathematics Education*, 51(1), 25–37. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0985-6>
- Hövel, D., Hennemann, T. et Offer-Boljahn, H. (2022). Learning behaviors, executive functions, and social skills: A meta-analysis on the factors influencing learning development in the transition from kindergarten to elementary school. *Journal of Pedagogical Research*, 6(1), 1–17. <https://doi.org/10.33902/jpr.20221175398>
- Immordino-Yang, M. H., Darling-Hammond, L., & Krone, C. R. (2019). Nurturing Nature: How Brain Development Is Inherently Social and Emotional, and What This Means for Education. *Educational Psychologist*. <https://doi.org/10.1080/00461520.2019.1633924>
- Jacob, R. et Parkinson, J. (2015). The Potential for School-Based Interventions That Target Executive Function to Improve Academic Achievement: A Review. *Review of Educational Research*, 85(4), 512–552. <https://doi.org/10.3102/0034654314561338>
- Knops, A., Nuerk, H.-C. et Göbel, S. M. (2017). Domain-general factors influencing numerical and arithmetic processing. *Journal of Numerical Cognition*, 3(2), 112–132. <https://doi.org/10.5964/jnc.v3i2.159>
- Ladel, S. et Kortenkamp, U. (2016). Development of a Flexible Understanding of Place Value. Dans T. Meaney, O. Helenius, M. L. Johansson, T. Lange et A. Wernberg (dir.), *Mathematics Education in the Early Years* (p. 289–307). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-23935-4_16
- Lafay, A. et Helloin, M. C. (2020). *L'évaluation approfondie des difficultés d'apprentissage des mathématiques*. 107–130.
- Lafay, A., Saint-Pierre, M.-C., Macoir, J. et Expérimentale, M. (2014). L'évaluation des habiletés mathématiques de l'enfant : inventaire critique des outils disponibles The evaluation of the mathematical skills of the child: review and criticizes of available tools Summary. *Glossa*, 116, 33–58.
- Leblanc, L. (2013). Comprendre le rôle des fonctions exécutives dans les difficultés de l'élève. *Journée Provinciale de Formation Du CQJDC*, 1–16.
- Magalhães, S., Carneiro, L., Limpo, T. et Filipe, M. (2020). Executive functions predict literacy and mathematics achievements: The unique contribution of cognitive flexibility in grades 2, 4, and 6. *Child Neuropsychology*, 26(7), 934–952. <https://doi.org/10.1080/09297049.2020.1740188>

- Marchant, P., Adihou, A., Koudogbo, J., Gauthier, D. et Bisson, C. (2021). *Book Review/Recension d'ouvrage: Vol. 45:3* (Editions JFD). *Revue canadienne de l'éducation*. www.cje-rce.ca
- Masson, S. (2020). *Activer ses neurones. Pour mieux apprendre et enseigner* (Odile Jacob).
- McCloskey, M., Caramazza, A., Howard, F., Goodman, R., Kahn, H., Rosen, M., Raskin, S., Saliba, S. et Basili, A. (1985). Cognitive Mechanisms in Number Processing and Calculation: Evidence from Dyscalculia. *Brain and Cognition*, 4, 171–196.
- Mercier, C. et Sauvage, G. L. (2022). Facteurs de protection et modélisation du bien-être universitaire des étudiants en formation à distance. Dans P. O. Weiss et M. Ali (dir.), *L'éducation aux marges en temps de pandémie: Précarité, inégalité et fractures numériques* (p. 351–375). Presses universitaires des Antilles.
- Miyake, A., Emerson, M. J., Friedman, N. P. et Miyake, A. (2000). Assessment of Executive Functions in Clinical Settings: Problems and Recommendations. *Seminars in Speech and Languages*, 21(2).
- Moeller, K., Pixner, S., Zuber, J., Kaufmann, L. et Nuerk, H. C. (2011). Early place-value understanding as a precursor for later arithmetic performance-A longitudinal study on numerical development. *Research in Developmental Disabilities*, 32(5), 1837–1851. <https://doi.org/10.1016/j.ridd.2011.03.012>
- Mounier, E. (2010). *Une analyse de l'enseignement de la numération. Vers de nouvelles pistes* [Savoirs scientifiques: épistémologie, histoire des sciences, didactique des disciplines, Université Paris-Diderot, Paris VIII]. <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00550721v3>
- Nelson, G. et Powell, S. R. (2018). A Systematic Review of Longitudinal Studies of Mathematics Difficulty. *Journal of Learning Disabilities*, 51(6), 523–539. <https://doi.org/10.1177/0022219417714773>
- Noël, M. (2005). Déficits cognitifs de base dans la dyscalculie développementale : Développement et cognition numérique. Compétences, déficits, troubles, évaluations. *ANAE. Approche Neuropsychologique Des Apprentissages Chez l'enfant*, 85.
- OCDE. (2023). *Résultats du PISA 2022 (Volume I)*.
- Oon, J., Goh, S., Liu, T., Mckenna, R., Woodcock, K. A. et Rushe, T. (2017). Informing the Structure of Executive Function in Children: A Meta-Analysis of Functional Neuroimaging Data. *Frontiers in Human Neuroscience* | [Www.Frontiersin.Org](http://www.frontiersin.org), 11, 154. <https://doi.org/10.3389/fnhum.2017.00154>
- Opfer, J. E. et Siegler, R. S. (2007). Representational change and children's numerical estimation. *Cognitive Psychology*, 55(3), 169–195. <https://doi.org/10.1016/j.cogpsych.2006.09.002>
- O'toole, S. E., Monks, C. P., Tsermentseli, S. et Rix, K. (2018). Cool and Hot Executive Function and School Readiness. The contribution of cool and hot executive function to academic achievement, learning-related behaviours, and classroom behaviour. *Early Child Development and Care*, 190(6), 1.
- Pascual, A. C., Moyano, N. et Robres, A. Q. (2019). The relationship between executive functions and academic performance in primary education: Review and meta-analysis. *Frontiers in Psychology*, 10(JULY), 1–18. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2019.01582>
- Passolunghi, M. C., Cargnelutti, E. et Pellizzoni, S. (2019). The relation between cognitive and emotional factors and arithmetic problem-solving. *Educational Studies in Mathematics*, 100, 271–290. <https://doi.org/10.1007/s10649-018-9863-y>
- Peng, P., & Fuchs, D. (2016). A Meta-Analysis of Working Memory Deficits in Children With Learning Difficulties: Is There a Difference Between Verbal Domain and Numerical Domain? *Journal of Learning Disabilities*, 49(1), 3–20. <https://doi.org/10.1177/0022219414521667>

- Raghubar, K. P., Barnes, M. A. et Hecht, S. A. (2010). Working memory and mathematics: A review of developmental, individual difference, and cognitive approaches. *Learning and Individual Differences*, 20(2), 110–122. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2009.10.005>
- Rajotte, T. et Dufour, R. (2023). L'interprétation des difficultés d'apprentissage en mathématiques : perspectives, défis, enjeux et liens avec le rapport à la diversité. *Enfance En Difficulté*, 10. <https://doi.org/10.7202/1108081ar>
- Robson, D., Allen, M. S. et Howard, S. J. (2020). *Self-regulation in childhood as a predictor of future outcomes: A meta-analytic review*. <https://ro.uow.edu.au/sspapershttps://ro.uow.edu.au/sspapers/4656>
- Rajo, M. M., Knight, B. et Bryant, D. P. (2021). Teaching Place Value to Students With Learning Disabilities in Mathematics. *Intervention in School and Clinic*, 57(1), 32–40. <https://doi.org/10.1177/1053451221994827>
- Roy, A. (2021). Chapitre 5: L'évaluation des fonctions exécutives. Dans M. Noël (dir.), *Bilan neuropsychologique de l'enfant : guide pratique pour le clinicien* (p. 139–168). Mardaga.
- Roy, A., Le Gall, D., Roulin, J.-L. et Fournet, N. (2012). Les fonctions exécutives chez l'enfant : approche épistémologique et sémiologie clinique. *Revue de Neuropsychologie*, 4(4), 287. <https://doi.org/10.3917/rne.044.0287>
- Roy, A., Roulin, J.-L., Fournet, N., Le Gall, D., Krasny-Pacini, A. et Chevignard, M. (2020). Chapitre 12 Les troubles des fonctions exécutives 1. Dans S. Majerus, M. Poncelet, M. Van der Linden, I. Jambaque, & L. Motttron (dir.), *Traité de Neuropsychologie de l'Enfant* (p. 219–241). De Boeck.
- Santana, A. N. de, Roazzi, A. et Nobre, A. P. M. C. (2022). The relationship between cognitive flexibility and mathematical performance in children: A meta-analysis. *Trends in Neuroscience and Education*, 28. <https://doi.org/10.1016/j.tine.2022.100179>
- Sari, M. H., Herzog, M., Olkun, S. et Fritz, A. (2021). Validation of a Model of Sustainable Place Value Understanding in Turkey. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 16(3), em0659. <https://doi.org/10.29333/iejme/11295>
- Sari, M. H. et Olkun, S. (2019). The relationship between place value understanding, arithmetic performance and mathematics achievement in general. *Elementary Education Online*, 18(2), 951–958. <https://doi.org/10.17051/ilkonline.2019.562086>
- Serpell, Z. N. et Esposito, A. G. (2016). Development of Executive Functions: Implications for Educational Policy and Practice. *Policy Insights from the Behavioral and Brain Sciences*, 3(2), 203–210. <https://doi.org/10.1177/2372732216654718>
- Soury-Lavergne, S., Martinez, J.-L. et Rabatel, J.-P. (2019). Conceptions des élèves de Cycle 2 et de cycle 3 sur la numération décimale de position. *46e Colloque COPIRELEM*, 1–21.
- Spiegel, J. A., Goodrich, J. M., Morris, B. M., Osborne, C. M. et Lonigan, C. J. (2021). Supplemental Material for Relations Between Executive Functions and Academic Outcomes in Elementary School Children: A Meta-Analysis. *Psychological Bulletin*. <https://doi.org/10.1037/bul0000322.supp>
- Swanson, H. L. et Jerman, O. (2006). Math Disabilities: A Selective Meta-Analysis of the Literature. *Review of Educational Research*, 76(2), 249–274.
- Szucs, D., Devine, A., Soltesz, F., Nobes, A. et Gabriel, F. (2013). Developmental dyscalculia is related to visuo-spatial memory and inhibition impairment. *Cortex*, 49(10), 2674–2688. <https://doi.org/10.1016/j.cortex.2013.06.007>
- Tavakol, M. et Dennick, R. (2011). Making sense of Cronbach's alpha. *International Journal of Medical Education*, 2, 53–55. <https://doi.org/10.5116/ijme.4dfb.8dfd>

- Tempier, F. (2015). La numération décimale de position à l'école primaire. Une ingénierie didactique pour le développement d'une ressource. *Actes Du Séminaire National de l'ARDM*, 93–111. <https://www.researchgate.net/publication/301636381>
- Toplak, M. E., West, R. F. et Stanovich, K. E. (2013). Practitioner Review: Do performance-based measures and ratings of executive function assess the same construct? *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 54(2), 131–143. <https://doi.org/10.1111/jcpp.12001>
- van de Walle, J. A. (2009). Matematica; no ensino fundamental. In *Matematica no ensino fundamental : Vol. 6th edition* (Penso Editora LTDA).
- Vandenbroucke, L., Spilt, J., Verschuere, K., Piccinin, C. et Baeyens, D. (2018). The classroom as a developmental context for cognitive development: A meta-analysis on the importance of teacher–student interactions for children's executive functions. *Review of Educational Research*, 88(1), 125–164. <https://doi.org/10.3102/0034654317743200>
- Von Aster, M. G. et Shalev, R. S. (2007). Number development and developmental dyscalculia. *Developmental Medicine & Child Neurology*, 49, 868–873.
- Wilkey, E. D. (2023). The Domain-Specificity of Domain-Generality: Attention, Executive Function, and Academic Skills. *Mind, Brain, and Education*, 17(4), 349–361. <https://doi.org/10.1111/mbe.12373>
- Yeniad, N., Malda, M., Mesman, J., Van Ijzendoorn, M. H. et Pieper, S. (2013). Shifting ability predicts math and reading performance in children: A meta-analytical study. *Learning and Individual Differences*, 23(1), 1–9. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2012.10.004>
- Yuan, L., Prather, R. W., Mix, K. S. et Smith, L. B. (2019). Preschoolers and multi-digit numbers: A path to mathematics through the symbols themselves. *Cognition*, 189, 89–104. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2019.03.013>
- Zelazo, P. D., Blair, C. B., Willoughby, M. T., Larson, M., Higgins, E. et Sussman, A. (2017). *Executive Function: Implications for Education*. <http://ies.ed.gov/>.
- Zelazo, P. D. et Carlson, S. M. (2012). Hot and Cool Executive Function in Childhood and Adolescence: Development and Plasticity. *Child Development Perspectives*, 6(4), 354–360. <https://doi.org/10.1111/j.1750-8606.2012.00246.x>
- Zelazo, P. D. et Müller, U. (2002). Executive Function in Typical and Atypical Development. In U. Goswami (Ed.), *Blackwell Handbook of Childhood Cognitive Development* (Blackwell Publishers, pp. 445–469).
- Zhang, Y., Tolmie, A. et Gordon, R. (2022). The Relationship between Working Memory and Arithmetic in Primary School Children: A Meta-Analysis. *Brain Sciences*, 13(22). <https://doi.org/10.3390/brainsci13010022>

9. Annexes

Annexe 1 : Items utilisés pour évaluer le SNDP⁶

Niveau	Item	Instruction	Tâche	Item tiré de
0	1a		21'379 / 13'972	Référentiel de maths, tronc commun P4 (identifier la position des C/D/U)
	1b	Entoure le nombre le plus grand	35 / 53	Herzog <i>et al.</i> (2017)
	1c		689 / 768	Bower <i>et al.</i> (2022) ; Cheung & Ansari (2021 ; Moellr <i>et al.</i> (2011) ; Yuan <i>et al.</i> (2019)
	1d		1'000 / 999	
1	2		4D 3U blocs-base-10	Herzog <i>et al.</i> (2017)
	4	Quel nombre est affiché ?	2D 8U dans le tableau	Herzog <i>et al.</i> (2017)
	7b		6D + 3U	Herzog <i>et al.</i> (2019)
	14a		44	Herzog <i>et al.</i> (2017)
	14b	Entoure le chiffre des dizaines	389	Herzog <i>et al.</i> (2019)
	14c		405	Herzog <i>et al.</i> (2019)
	14d		2621	Herzog <i>et al.</i> (2019)
	15		Que représente le « 5 » dans 53 ?	Cocher D ou U
2	3	Quel nombre est affiché ?	2D 16U blocs-base-10	Herzog <i>et al.</i> (2019)
	9	Combien manque-t-il de U pour faire 63 ?	Sac de 5D, remplir sac U	Herzog <i>et al.</i> (2019)
	10	Quel nombre correspond ?	2D 16U blocs-base-10	Herzog <i>et al.</i> (2019)
	13a	Calcule	46 + 75	Herzog <i>et al.</i> (2019)
	8a	Résouds le problème	Compter par 10	Tempier (2015)
	8b		Ajouter 1 paquet	Tempier (2015)
3	5	Quel nombre est affiché dans le tableau ?	0C 2D 17U	Herzog <i>et al.</i> (2019)
	7a	Quel nombre est affiché ?	5D – 5U	Herzog <i>et al.</i> (2017)
	7c		1C – 1D	Herzog <i>et al.</i> (2017)
	11		Quel nombre est affiché ?	1C 12D 8U bloc-base-10
	12a	Calcule	400 + ___ = 1000	Herzog <i>et al.</i> (2017)
	13b		82-35	Herzog <i>et al.</i> (2019)
4	6	Quel nombre est affiché dans le tableau ?	3C 28D 4U	Herzog <i>et al.</i> (2019)
	12b		190 + ___ = 1000	Herzog <i>et al.</i> (2017)
	12c	Calcule	702 + ___ = 1000	Herzog <i>et al.</i> (2017)
	12d		3C+11D+5U+___=1000	Herzog <i>et al.</i> (2017)

⁶ L'attribution des niveaux théoriques suit le modèle allemand. U = unité, D = dizaine, C = centaine

Annexe 2 : Pourcentage d'échec aux exercices par niveaux

Échec aux exercices de niveau 0

N = 117	Comparer 2n à 2 chiffres	Comparer 2n à 3 chiffres	Comparer 2n à 5 chiffres	Comparer 999 et 1000
%	3,4%	9,4%	18%	7,7%

Nous remarquons l'échec le plus fort à l'exercice de comparaison de deux nombres à cinq chiffres, ce qui n'est pas étonnant, du fait que les élèves de 3^e année débutent l'étude des nombres à trois chiffres et n'ont pas encore vu les nombres à cinq chiffres.

Échec aux exercices de niveau I

N = 117	4D/3U	Ecrire 2D/8U	6D/3U	Entourer la D in 44	Entourer la D in 389	Entourer la D in 405	Entourer la D in 2621	Dans 53, 5 = D ou U ?
%	1,7%	0%	21%	7%	31%	50%	46%	6%

Entourer la dizaine dans un nombre à trois ou quatre chiffres pose problème à au moins un enfant sur trois.

Échec aux exercices de niveau II

N = 117	2D/16U	Prob. Paquets 10	Prob. + 1 paquet	5D+ ? = 63	Cocher 2D/16U	46+75
%	21%	51%	67%	35%	11%	71%

C'est surtout l'addition avec report qui a mis en échec les élèves, suivi par le problème.

Échec aux exercices de niveau III

N = 117	Ecrire 2D/17U	5D-5U	1C-1D	Cocher 1C/12D/8U	400 + ___ = 1000	82 - 35
%	42%	42%	56,4%	48,7%	19,7%	67,5%

Les deux soustractions avec report étaient difficiles pour les élèves, de même que l'addition des représentations non canoniques.

Échec aux exercices de niveau IV

N = 117	3C+28D+4U	3C+11D+5U	190+___=1000	702+___=1000
%	90%	91%	71%	70,1%

La réussite dans les exercices de niveau IV était fortement liée aux transformations non canoniques.

Annexe 3 : Liste des 24 items du GPEx de Gagné, Leblanc et Rousseau (2009)

FE	Item
Activation_1	Maintient son effort et son intérêt même si la tâche est complexe et comporte plusieurs étapes.
Activation_2	Entreprind les activités et les devoirs au moment opportun.
Activation_3	Se mobilise le temps nécessaire à l'exécution de la tâche prescrite.
Activation_4	Prête une attention de qualité permettant de gérer les détails inhérents à la réalisation de la tâche.
Inhibition_1	Évite de faire des commentaires irréflechis ou d'interrompre la conversation des autres.
Inhibition_2	Est capable de résister aux idées ou aux pensées qui ne sont pas reliées à la réalisation de la tâche.
Inhibition_3	Exerce un contrôle efficace qui lui permet de résister à l'habitude ou de stopper une action en cours d'exécution.
Inhibition_4	Est capable de s'imposer un délai avant de passer à l'action. (Par exemple, pense avant d'agir, attend son tour.)
Flexibilité_1	Est capable d'envisager une situation sous plusieurs points de vue.
Flexibilité_2	Fait preuve de créativité dans l'exécution d'une tâche et la résolution de problèmes.
Flexibilité_3	S'adapte aux nouvelles situations et aux imprévus.
Flexibilité_4	Est capable de modifier ses stratégies en fonction de la tâche ou de la situation.
Planification_1	Est capable de mettre en œuvre des stratégies adéquates pour organiser et retrouver ses connaissances.
Planification_2	Retrouve ce dont il a besoin pour exécuter son travail.
Planification_3	Est capable de mener à terme les projets entrepris en respectant les étapes prévues.
Planification_4	Estime le temps nécessaire à la réalisation d'une tâche.
MT_1	Est capable de réutiliser ses connaissances acquises en cours de résolution de problèmes ou d'exécution de tâches.
MT_2	Retient les consignes de la tâche à exécuter.
MT_3	Peut traiter simultanément plusieurs informations (par exemple lorsqu'il calcule mentalement).
MT_4	Conserve en mémoire son objectif pendant toute l'exécution de la tâche.
Régulation Emotionnelle_1	A une expression émotive adaptée à la situation.
Régulation Emotionnelle_2	Réagit de façon adaptée aux difficultés liées aux tâches ou aux situations sociales.
Régulation Emotionnelle_3	Gère efficacement les situations plus stressantes.
Régulation Emotionnelle_4	Reste calme, exprime adéquatement son insatisfaction ou sa frustration.

Annexe 4 : Rotation de la matrice des composantes de la 1e analyse⁷

Items	Composantes			
	1	2	3	4
A_1	.14	.79	.20	.22
A_2	.06	.70	.18	.40
A_3	.23	.79	.18	.27
A_4	.28	.81	.08	.25
I_1	.28	.64	.32	
I_2	.18	.85	.30	.13
I_3	.33	.77	.26	.10
I_4	.41	.73	.14	
F_1	.86	.27	.16	.15
F_2	.86	.25	.10	.09
F_3	.79	.22	.19	.22
F_4	.90	.13	.13	.14
P_1	.88	.15	.07	.19
P_2	.61	.34	.25	.36
P_3	.81	.24	.15	.25
P_4	.65	.31	.29	.26
MT_2	.32	.24	.06	.84
MT_3	.47	.29	.06	.70
MT_4	.51	.24	.21	.66
RE_1	.21	.25	.76	
RE_2	.21	.26	.89	
RE_3	.21	.14	.88	.07
RE_4		.30	.80	.10

⁷ En gras, les variables qui saturent sur plusieurs facteurs à plus de |0.30|.

Annexe 5 : Les 10 items retenus du GPEx qui saturent à $> |.30|^8$

Activation_1	Maintient son effort et son intérêt même si la tâche est complexe et comporte plusieurs étapes.
Régulation Emotionnelle_1	A une expression émotive adaptée à la situation.
Régulation Emotionnelle_2	Réagit de façon adaptée aux difficultés liées aux tâches ou aux situations sociales.
Régulation Emotionnelle_3	Gère efficacement les situations plus stressantes.
Flexibilité_1	Est capable d'envisager une situation sous plusieurs points de vue.
Flexibilité_2	Fait preuve de créativité dans l'exécution d'une tâche et la résolution de problèmes.
Flexibilité_3	S'adapte aux nouvelles situations et aux imprévus.
Flexibilité_4	Est capable de modifier ses stratégies en fonction de la tâche ou de la situation.
Planification_1	Est capable de mettre en œuvre des stratégies adéquates pour organiser et retrouver ses connaissances.
Planification_3	Est capable de mener à terme les projets entrepris en respectant les étapes prévues.

⁸ En trame de fond gris, les variables relatives au versant émotionnel des FE.